

Toiminnallisia näkökulmia varhaismatemaattisten taitojen opetukseen

Teemu Hokkanen

Kasvatustieteiden tiedekunta, Oulun yliopisto

Tiivistelmä: Korkealaatuinen varhaismatemaattisten taitojen opettaminen edellyttää opetustoimen henkilöiltä tietoa matematiikan taitojen osa-alueista sekä monipuolisista pedagogisista menetelmistä niiden soveltamiseksi. Erityisesti lukukäsitteen sisäistämällä on merkittävä rooli varhaisessa matemaattisen ajattelun kehityksessä, ja se vaikuttaa siten matematiikan osa-alueiden myöhempään hallintaan. Kasvatus- ja opetustyössä voidaan soveltaa Jerome Brunerin oppimisteoriaa, joka ohjaa tiedon havainnointiin ja käsittelyyn monia aistikanavia käyttäen. Tässä artikkelissa kuvataan näitä varhaismatemaattisia taitoja sekä Brunerin oppimisteoriaa, sekä sidotaan niitä käytännön opetusesimerkkeihin.

Asiasanat: varhaismatemaattiset taidot, varhaiskasvatus, esiopetus, toiminnallinen matematiikka

Yhteystiedot: teemu.hokkanen@oulu.fi

1 Johdanto

Tässä artikkelissa tarkastelen, mitä varhaismatemaattisilla taidoilla tarkoitetaan eri lähteissä ja mitä ajattelun taitoja käsitteeseen liittyy. Sidon tämän teoreettisen kokonaisuuden varhaiskasvatuksen ja esiopetuksen viitekehykseen, jossa tuon esille käytännönläheisiä opetusesimerkkejä mainittujen matemaattisten ajattelutaitojen tukemiseksi.

Ensimmäisessä luvussa varhaismatemaattisten taitojen käsite avataan eri lähtein. Koska lukukäsitteellä on erityinen merkitys matemaattisten taitojen myöhempään kehitykseen nähden, tarkastelen toisessa luvussa sen määritelmää, sekä joitain arviointikeinoja, joilla voidaan havainnoida lapsen lukukäsitteen sisäistämisen tasoa.

Kolmannessa luvussa esitän lyhyesti Jerome Brunerin (1976) kolmitasoisen oppimisteoreettisen mallin, joka toimii opettamisen ja oppimisen tarkasteluvälineenä: mallin avulla pyritään havainnollistamaan, kuinka tieto näyttäytyy konkreettisilla ja symbolisilla tasoilla, ja kuinka lapsi käyttää aistejaan tämän tiedon käsittelemiseksi. Lopuksi neljännessä luvussa siirryn antamaan käytännön esimerkkejä niiden varhaismatemaattisten taitojen tukemisesta, jotka erittelen ensimmäisessä luvussa.



2 Varhaismatemaattiset taidot – mitä ja miten tulee opettaa?

Tehokas, huolellinen ja tutkimustietoon perustuva *matemaattisten ajattelutaitojen* harjoittelu edellyttää opetustoimen henkilöltä kykyä hahmottaa selkeästi kaksi kysymystä: *mitä matemaattisia ajattelutaitoja harjoitellaan sekä miten niitä voidaan harjoitella*. Vastatakseni näihin kysymyksiin on tärkeää määritellä ensin matemaattisten ajattelutaitojen käsite. Tarkastelen ensiksi, kuinka varhaismatemaattiset taidot määritellään eri kasvatus- ja opetustyötä ohjaavissa asiakirjoissa sekä muussa lähdekirjallisuudessa.

Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet (Opetushallitus, 2018, s. 46) esittää matemaattisen ajattelun pitävän sisällään lukukäsitteen kehittymisen, muotojen, määrien ja muutosten havainnoinnin, kyvyn luokitella, vertailla ja asettaa asioita tai esineitä järjestykseen, tilan ja tason hahmottamisen, sijainti- ja suhdekäsitteet sekä aikakäsitteen. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (Opetushallitus, 2014, s. 36) esittämä määritelmä tuo edellisten matemaattisten ajattelun taitojen lisäksi esiin myös mittaamisen, säännönmukaisuuksien hahmottamisen ja tuottamisen sekä lukujonotaidot. (Ks. kuvio 1.)

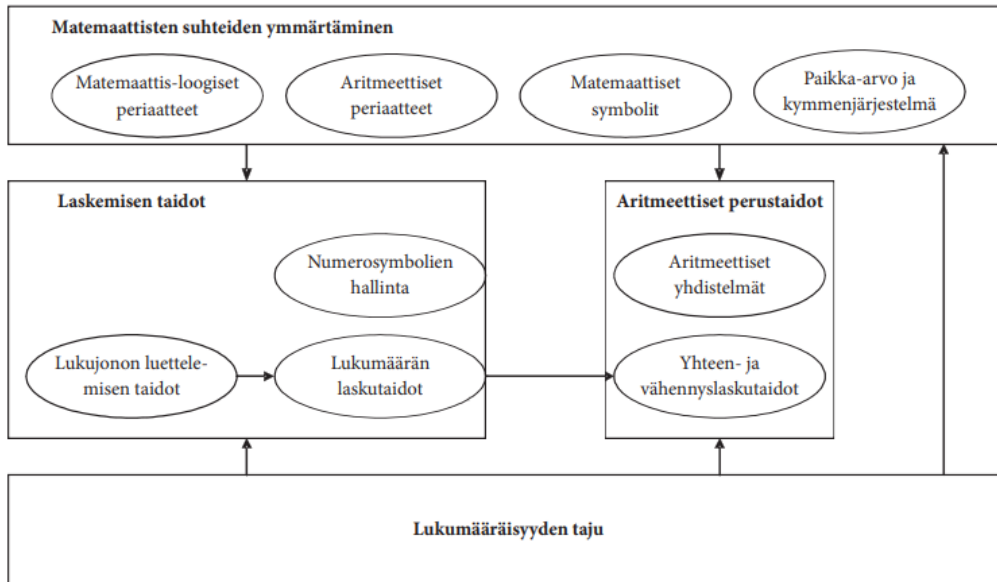
Lukukäsite				
Lukumäärän, -sanon ja -symbolin yhdistäminen				
Luokittelu, vertailu ja järjestykseen asettaminen	Määrien, muotojen ja muutoksen havainnointi	Sijainti- ja suhdekäsitteet	Tilan ja tason hahmottaminen	Aikakäsite
	Säännönmukaisuuksien hahmottaminen ja tuottaminen	Lukujonotaidot	Mittaaminen	

- Varhaiskasvatussuunnitelman perusteiden (2018) ja Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) maininnat
- Vain Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) esiintyvät maininnat

Kuvio 1. Varhaiskasvatusta ja esiopetusta ohjaavien asiakirjojen mainitsemat matemaattisen ajattelun osa-alueet.

Näiden ajattelutaitojen voidaan nähdä kuuluvan Aunion (2008) esittämään malliin, joka ryhmittelee keskeisimmät matemaattiset taidot neljään pääluokkaan: *matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen, laskemisen taitoihin, artimeettisiin perustaitoihin* sekä *lukumääräisyyden tajuun* (ks. kuvio 2). Aunion mukaan luokittelu,

vertailu ja järjestykseen asettaminen kuuluvat matemaattisten suhteiden ymmärtämisen luokkaan. Lukukäsitteen hallinta ja lukujonotaidot voidaan nähdä liittyvän laskemisen taitoihin (Aunio, 2008, s. 66–68).



Kuvio 2. Matemaattisten taitojen neljä pääluokkaa (Aunio, 2008)

Nämä ajattelun taidot muodostavat varhaismatemaattisten ajattelutaitojen kokonaisuuden, jonka tulee olla varhaiskasvatuksessa sekä esiopetuksessa matemaattisten taitojen harjoittelun ydinsisältö. Tämä kokonaisuus vastaa kysymykseen, mitä varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa harjoitellaan matemaattisten ajattelutaitojen osalta. Sekä varhaiskasvatuksessa että esiopetuksessa työskentelevien on siis olennaisen tärkeä varmistua siitä, että näitä taitoja harjoitellaan vuoden aikana järjestelmällisesti, esimerkiksi ennalta laaditun vuosisaikataulun mukaisesti, jottei olennaisia osa-alueita jää käsittelemättä tai liian vähälle huomiolle.

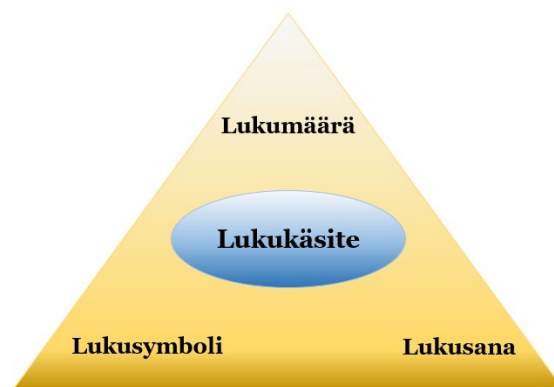
Varhaiskasvatusta ja esiopetusta ohjaavat asiakirjat vastaavat osittain myös kysymykseen siitä, millä tavoin matemaattisten ajattelun taitoja voidaan harjoitella. Tavoista varhaiskasvatussuunnitelman perusteet (Opetushallitus, 2018, s. 46) mainitsevat arjen tilanteiden hyödyntämisen, leikin, kehollisuuden, kuvien sekä erilaisten välineiden hyödyntämisen. Näiden lisäksi esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet (Opetushallitus, 2014, s. 36) tuovat esille pelien, tarinoiden sekä tieto- ja viestintätekniikan käyttömahdollisuudet. Maininnat ovat yleisellä tasolla kuvattuja, eivätkä varsinaisesti anna vielä käytännöllisiä ehdotuksia eri toimintatapojen toteuttamiseksi. Myöhemmin tässä artikkelissa tarkastelemme näihin liittyviä konkreettisempia

lähestymistapoja, jotka ovat sellaisenaan valmiita käytettäväksi omaan kasvatus- ja opetustyöhön.

3 Lukukäsite ja sen sisäistämisen merkitys matemaattisen ajattelun kehittämisessä

Lukukäsitteen sisäistämisellä on erityisen olennainen merkitys kokonaisvaltaisen matemaattisen ajattelukyvyn kehittämisessä, joka edesauttaa peruskoulutuksessa vaadittavien laskutaitojen hyvän hallinnan oppimista (Fuson, 1988). Lukukäsitteeseen liittyvät ominaisuudet näkyvät kaikissa matematiikan osa-alueissa, ja siitä syystä sen syvälinen sisäistäminen on lapsen varhaisen kasvun vaiheessa ensiarvoisen tärkeää: tutkimuksissa on havaittu lukukäsitteen sisäistämisen ennustavan myöhempiä matemaattisten taitojen kehittymistä (Hannula-Sormunen ym., 2015; Aunio ym., 2015).

Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet (Opetushallitus, 2018, s. 46) ohjaa kehittämään lukukäsitettä muun muassa harjoittelemalla lukumäärien yhdistämistä lukusanaan. Vastaavasti Kajetski ja Salminen (2020) katsovat lukukäsitteen tarkoittavan kykyä yhdistää lukumäärä, lukusana sekä lukusymboli toisiinsa (kuvio 3). Lukukäsitteen voidaan katsoa pitävän sisällään kyvyn lukumäärien nimeämiseen, luettelemiseen ja vertailuun näillä kolmella esitystasolla, yksi yhteen -vastaavuuden sekä lukumäärän säilyvyyden ymmärtämisen (Kajetski & Salminen, 2020, s. 89; Näveri, 2018, s. 70; Vuorio, 2010, s. 144).



Kuvio 3. Lukukäsitteen muodostavat osatekijät

Kinnusen (2003, s. 7) mukaan monien oppilaiden tyypillisten matemaattisten oppimisen vaikeuksien, väärinkäsitysten ja virheiden juurisyynä ovat puutteet lukujen

ymmärtämisessä ja lukujen käsittelyssä – toisin sanoen taidoissa, jotka ovat olennainen osa lukukäsitteen ymmärtämistä. Kuten todettua, lukukäsitteen sisäistäminen, lukujen ymmärtäminen ja niiden käsittelyn taitotaso vaikuttavat merkittävästi lapsen tulevaisuuden mahdollisuuksiin oppia matematiikkaan liittyviä laskutaitoja. Vakaa pohja peruskoulua varten rakennetaan järjestelmällisesti suunnitellussa ja tehokkaasti toteutetussa varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa.

Lapsen lukujen ymmärtämisen ja lukujen käsittelyn taitotason arvioimiseksi voidaan laatia erilaisia tehtäviä, jotka pitävät sisällään tiettyjä arviointikriteerejä. Näiden tehtävien ratkaiseminen antaa opetushenkilölle tietoa lapsen ajattelutavoista ja ongelmanratkaisustrategioista. Otetaan tarkastelun kohteeksi seuraavat esimerkkitehtävät, ja syvennyttään hieman tarkemmin niiden sisältöön ja soveltamisen keinoihin. Tehtävät perustuvat Kinnusen (2003) teoksessa esitettyihin tehtäviin, mutta tässä niitä on pelkistetty ja muokattu varhaiskasvatukseen ja esiopetukseen sopivammiksi liittäen mukaan myös Kajetskin ja Salmisen (2020), Näverin (2018) sekä Vuorion (2010) aiheeseen liittyviä huomioita.

1. Kysy lapselta mihin asti hän osaa laskea.
2. Pyydä lasta laskemaan luvusta 1 eteenpäin.
3. Pyydä lasta laskemaan esineiden lukumäärä.
4. Pyydä lasta laskemaan luvusta __ eteen-/taaksepäin.
5. Pyydä lasta laskemaan eteen-/taaksepäin luvusta __ lukuun __.

Opetustyössä toimivan henkilön on hyvä tiedostaa valitun sanamuodon merkityksellisyys ohjeen antamisessa: lasta pyydetään *laskemaan* tiettyyn lukuun asti, mutta tosiasiaassa lapsi ei varsinaisesti laske mitään eli ei suorita minkäänlaista laskutoimistusta. Lapsi luettelee lukujonon jäseniä mainituissa esimerkkitehtävissä. Lukujen *laskeminen* on kuitenkin lapselle ymmärrettävämpi sanamuoto, kuin esimerkiksi pyyntö *luetella lukuja eteenpäin*. Käyn seuraavaksi mainitut viisi kohtaa läpi avaten niiden sisältöä tarkemmin.

1. Kysy lapselta mihin asti hän osaa laskea.

Lapselta voidaan kysyä, mihin asti hän osaa laskea. Lapsen vastaus tai reaktio kysymykseen kertoo hänen taitotasostaan. Vielä heikolla tasolla oleva lapsi ei välttämättä vastaa millään tietyllä luvulla kysymykseen, vaan luetellen hallitsemaansa lukujonoa, mahdollisesti sormia apuna käyttäen. Hieman kehittyneemmällä tasolla oleva lapsi voi antaa varovaisen arvion jostain tuntemastaan luvusta, esimerkiksi sanomalla

kuuteen tai yhdeksään. Hyvin kehittyneet taidot näkyvät siten, että lapsen arvio luvusta, jonne asti hän osaa laskea osuu hyvin lähelle tai hän tietää tarkalleen, mihin asti hän osaa laskea. Parhaimmillaan lapsi kertoo laskemisen voivan jatkua loputtomasti, ja hän voi kyetäkin luettelemaan lorumaisesti lukujonoa pitkälle. Tärkeää on kuitenkin tällöinkin panna merkille, että kyseessä voi olla lähinnä ulkomuistiin perustuva kielellinen toiminta, joka ei välttämättä anna tietoa lapsen lukumäärien ja sanojen välisiin suhteisiin liittyen (Kajetski & Salminen, 2020, s. 99; Vuorio, 2010, s. 144–145).

2. Pyydä lasta laskemaan luvusta 1 eteenpäin.

Tämä kysymys on hyvä esittää ensimmäisen esimerkkikysymyksen jälkeen. Näin voidaan verrata tosiasiallista suoritusta lapsen omaan arvioon. Kohtalaisen suuri tai hyvin selkeä poikkeama lapsen aiemmin antaman arvion ja viimeisen luettelemansa lukuarvon välillä kertoo siitä, että lapsi tarvitsee harjoitusta lukusanojen oppimisessa sekä kehittyneempää ymmärrystä lukusanojen paikkojen järjestyksestä suhteessa toisiinsa lukujonossa (Näveri, 2018, s. 76–78).

3. Pyydä lasta laskemaan esineiden lukumäärä.

Esineiden laskemisessa lukukäsitteen eri esitystasot tulevat hyvin nähtäville. On hyvä käyttää esineitä, jotka lapsi kokee itseään kiinnostaviksi: niitä voivat olla vaikkapa lelut, kolikot, multilink-palikat, pullonkorkit ja muut. Tehtävässä voidaan kiinnittää helposti huomiota lapsen kykyyn liittää oikea lukusana sitä vastaavaan lukumäärään, eli yksi yhteen -vastaavuuteen.

4. Pyydä lasta laskemaan luvusta ___ eteen- tai taaksepäin.

Tällä tarkastellaan lapsen lukujonojen kokonaisvaltaista hallintaa. Lukujonotaidoissa riittävän kehittynyt lapsi kykenee aloittamaan laskemisen määrätystä luvusta ilman, että hänen tarvitsee aloittaa laskemista luvusta 1 tai muuta määrättyä lukua aikaisemmin. Vähemmän kehittynyt ymmärrys voi näyttäytyä siten, että lapsi jättää lukuja välistä tai saattaa pysähtyä ja aloittaa laskemisen alusta. Lasta on hyvä siis pyytää laskemaan esimerkiksi luvusta 6 eteen- tai taaksepäin, kunnes hänet keskeytetään.

5. Pyydä lasta laskemaan eteen- tai taaksepäin luvusta ___ lukuun ___.

Tämä tehtävä sopii jo lukujonotaidot melko hyvin hallitseville tai jo selkeästi

edistyneille lapsille. Tehtävä on haastavampi muoto edellisestä tehtävästä 4, sillä lapselle annetaan lueteltavan lukujonon aloitus- ja päätepiste, eikä lasta keskeytetä: “Laske ääneen neljästä yhteentoista.” tai “Laske ääneen kolmestatoista seitsemään.”. Tehtävän haastavuus perustuu siihen, että mikäli lapsi ei tunne hyvin lukujonon järjestykseen liittyviä sääntöjä, hän joutuu käyttämään apuna lukusanalista tai visuaalista lukujonoa. Tälle tehtävällä tyypillinen virhe on, että laskemista ei päätetä annettuun lukuun, vaan laskemista jatketaan. Tämä kertoo siitä, ettei lapsi välttämättä vielä osaa selkeästi mieltää lukujonoa nousevaksi tai laskevaksi osajonoksi eli sellaiseksi, josta voidaan erottaa osia.

4 Moniaistinen oppiminen ja Jerome Brunerin oppimisteoria

Kaikki ne virikkeet ja tehtävät, joille lapsi altistuu varhaisessa vaiheessa vaikuttavat merkittävästi hänen oppimistapojensa ja -tyyliensä myöhempään kehitykseen (Vuorio, 2010, s. 135). Näköaisti on aisteista tärkein, sillä sen välityksellä lapsi saa monipuolista ja yksityiskohtaista tietoa ympäristöstään. Näköaistin avulla omaksumme aluksi yksinkertaiset, myöhemmin yhä monimutkaistuvat, hahmot. Alussa kyseessä voi olla vaikkapa yksinkertainen pallo. Lapsi voi piirtää outoja kiemuroita ja kutsua niitä palloiksi, sillä hänen mielessään ne edustavat palloa. Tämän kehityskulun jatkuessa lapsi havaitsee myöhemmin, että tiettyjä tarkasti sovittuja koukeroita kutsutaankin nimillä: *yksi*, *kaksi*, *kolme* ja niin edelleen. Nämä nimet edustavat tiettyjä määriä.

Myös etenkin kuuloaisti on näön ohella lähes yhtä merkityksellinen tiedon vastaanottokanava. Sen kautta lapsi oppii puheilmaisun mekanismit. Varhaisessa vaiheessa lapsi kuulee aikuisten suusta sanoja, kuten *kolmio* tai *viisi*, mutta nämä eivät vielä edusta tarkkaa käsitystä geometrisesta muodosta eikä numeroon 5 liittyvästä lukumäärästä tai -symbolista. Toisaalta kuitenkin näön ja kuulon ohella myös tuntoaistein voidaan auttaa hahmottamaan määriä.

Varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa on siis syytä lähestyä harjoiteltavia aiheita moniaistisesti, sillä näin varmistetaan tehokas tiedon vastaanotto ja myöhemmät oppimistottumukset. Tästä esimerkkinä Jerome Bruner (1967) on esittänyt oppimisteorian, jossa mainittu moniaistinen oppiminen havainnollistuu kolmen tason kautta:

1. Toiminnallinen taso
2. Ikoninen taso
3. Symbolinen taso

Toiminnallisella tasolla lapsi on välittömällä aistihavainnoillaan tekemisissä harjoiteltavan asian kanssa. Tälle tasolle on tyypillistä konkreettisten materiaalien ja välineiden käyttö. Esimerkiksi lukumäärää laskiessa on mahdollista asettaa vaikkapa leluja, kyniä tai vaatteita ryhmiin jonkin ominaisuuden, kuten värin tai muodon mukaan.

Mielikuvia, jotka saavutetaan toiminnallisella tasolla, tulevat hyödynnetyiksi *ikonisella tasolla*. Nimensä mukaisesti visuaalisilla oppimiskeinoilla on tässä olennainen rooli. Lukumäärää harjoitellessa voidaan esimerkiksi tarkastella erilaisista esineitä koostuvia ryhmiä, joissa esineiden kappalemäärä pyritään laskemaan.

Symbolisella tasolla ryhdytään puolestaan lukusymbolien käyttämisen harjoitteluun. Lukusymbolit ovat sopimuksenvaraisia, eikä esimerkiksi lukusymbolilla 5 ole mitään luonnollista yhteyttä sitä vastaavaan kappalemäärään muuten kuin siinä mielessä, että puhe- ja kirjoitusjärjestelmässämme on niin sovittu. Myös sanat edustavat symbolista tasoa; esimerkiksi lukusanat yksi, kaksi, kolme ja niin edelleen ovat verbaleja ja auditiivisiä sopimuksia tietyille kappalemäärille ja lukusymboleille.

5 Käytännön esimerkkejä varhaismatemaattisten taitojen opetukseen

Seuraavaksi tarkoitukseni on nostaa esiin konkreettisia, käytännön toteutuksiin soveltuvia ideoita, joilla varhaismatemaattisten taitojen harjoittelua voidaan toteuttaa. Tarkastelen esimerkkejä lukukäsitteeseen, geometriaan, sijainti- ja suhderekäsitteisiin, ohjelmointiin, mittaamiseen ja aikakäsitteeseen liittyen. Esimerkeissä voidaan nähdä monien eri aistien käyttö Brunerin oppimisteoriaan nojaten sekä opetusta ohjaavien asiakirjojen (Opetushallitus 2018; 2014) ohjeistus luokittelun, vertailun ja järjestykseen asettamisen harjoittelusta.

5.1 Lukukäsite

Lukukäsitettä voidaan vahvistaa lähiympäristössä, esimerkiksi lähimetsässä luonnonmateriaaleja hyödyntämällä. Toimitaan pistetyöskentelynä neljällä pisteellä (jos lapsia ei ole tarpeeksi, niin jonkin pisteen voi jättää pois):

1. Lukumäärä taputuksena ja liikkeenä
2. Lukumäärien vertailu
3. Kuinka monta kiveä / käpyä / esinettä pussissa

4. Lukumäärä hulavanteeseen

Ensimmäisellä pisteellä keksitään yhdessä jokin liike, kuten x-hyppy, kyykistyminen tai kuperkeikka. Aikuinen pyytää lapsia kuuntelemaan taputuksen lukumäärän ja toistamaan sovitun liikkeen yhtä monta kertaa. Esimerkiksi, jos sovitaan liikkeeksi x-hyppy, niin aikuinen taputtaa viidesti taputusta ja lapset toistavat x-hypyn viisi kertaa. Ylöspäin eriyttävänä tehtävänä voi myös antaa lapsen olla aikuisen tilalla taputtajana.

Toisella pisteellä aikuinen ryhmittelee eri materiaaleja eri muotoihin lasten nähtäville, esimerkiksi käpyjä hajanaisesti yhteen ryhmään, oksanpätkiä jonoon ja kiviä neliön muotoon. Tärkeää on, että jokaisessa ryhmässä materiaaleja on eri kappalemäärä. Pyydetään lapsia katsomaan hetki esineryhmiä ja kysytään, “Missä ryhmässä on eniten asioita?” ja “Missä vähiten?” Ajatuksena on, että jokin ryhmä, kuten kivistä koostuva neliö, näyttää pienemmältä kuin oksanpätkestä muodostuva jono. Tällöin lapsi harjoittelee lukumäärien hahmottamista ja laskemista; Brunerin mallin mukaan liikutaan ikonisella tasolla lapsen käyttäessä vahvasti visuaalista aistikanavaa yhdistääkseen mielessään näkemänsä lukumäärän oikeaan lukusanaan. Lapsi kertoo esimerkiksi, että ”Kiviä on enemmän kuin käpyjä.”, jolloin aikuisen on erityisen tärkeää kehua vastausta ja kysyä ”Miksi?” Tällöin lapsella voi olla myös tehtävänä perustella lukusanoja käyttäen lukumäärää, kuten ”Kiviä on seitsemän, mutta käpyjä vain viisi”.

Kolmannella pisteellä voidaan toimia esimerkiksi pareittain. Yhdellä lapsella on pussi, jonne he laittavat vuorotellen jotain esinettä, esimerkiksi käpyjä. Toinen lapsi laittaa käden pussiin ja yrittää laskea esineiden lukumäärän, minkä jälkeen vaihdetaan osia. Tällä pisteellä on syytä ottaa huomioon alaspäin eriyttämisen mahdollinen tarve: kaikilla lapsilla lukumääräisyyden taju ei ole välttämättä kehittynyt vielä siten, että se kyettäisiin ilmaisemaan lukusanalla. Vaihtoehtona voisi siis olla, että lapsi voisi tunnustelun jälkeen esimerkiksi näyttää esineiden tai sormien avulla, kuinka monta esinettä hän mielestään tunnusteli. Pisteellä tapahtuva harjoittelu tapahtuu Brunerin mallin toiminnallisella ja ikonisella tasolla: lapsi on välittömässä kontaktissa konkretiavälineeseen eli pussissa oleviin esineisiin, joihin hän pyrkii liittämään joko lukusanan tai hahmottamaan niiden kappalemäärän.

Neljännellä pisteellä aikuinen asettaa hulavanteen maahan ja lapset saavat heittää noppaa (voidaan ottaa myös kaksi noppaa). Vanteen sisälle kerätään noppien silmäluvun verran ennalta sovittua luonnonmateriaalia. Kun esineet ovat vanteen sisällä,

lasten tehtävänä on valita aikuiselta kortti, jossa on lukumäärää vastaava lukusymboli.

5.2 Geometria

Varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa tutustutaan lähtökohtaisesti geometrisiin perusmuotoihin eli ympyrään, kolmioon ja neliöön. Lasten taitotason mukaan voidaan tutustua myös viisi- ja suorakulmioon, mikäli aikuinen näin parhaaksi näkee. Geometrisia muotoja voidaan lähestyä liittämällä niihin perinteisiä ryhmäleikkejä, kuten hedelmäsalaatti sekä Twister, mutta leikkien ominaisuuksia hieman muuttaen.

Perinteinen hedelmäsalaattileikki voidaan mukauttaa geometriaan sopivaksi seuraavasti: aikuinen sijoittaa tyhjään tilaan, lattialle, riittävän suuria muotopaloja ennen opetushetkeä. Muotopalojen on oltava eri värisiä. Leikissä valitaan piirin keskelle huutaja, joka valitsee mielessään värin ja muodon, jonka hän huutaa, esimerkiksi ”keltainen ympyrä”, jolloin kaikki keltaisen ympyrän päällä seisovat yrittävät vaihtaa paikkaa huutajan yrittäessä päästä itsekin huudetun muodon päälle.

Lattialle asetettavia värillisiä muotopaloja voidaan käyttää myös suosittu Twister-pelin sääntöjen mukaan. Leikki toimii hyvin myös pienellä lapsimäärällä. Yksi lapsi kerrallaan toimii huutajana, jonka tehtävänä on valita raaja, muoto sekä väri. Aikuinen voi avustaa lasta päätöksessä. Huuto voi kuulua esimerkiksi ”vasen käsi vihreään kolmioon”, jolloin kaikki muotojen päällä seisovat pyrkivät tottelemaan käskyä. Näissä esimerkkileikeissä harjoitellaan siis perusmuotojen nopeaa hahmottamista, mutta myös suuntakäsitteet vasen ja oikea nousevat luonnollisesti esiin.

5.3 Ohjelmointi

Ohjelmoinnin alkeet kuuluvat opetusta ohjaavissa asiakirjoissa (Opetushallitus 2018; 2014) harjoiteltaviin matemaattisiin taitoihin, ja tällä osa-alueella korostuvat usein tilan, tason ja säännönmukaisuuksien hahmottamisen sijainti- ja suhdekäsitteiden käyttö sekä syy-seuraussuhteen ymmärtäminen. Erilaiset robottitehtävät ja -leikit ovat hyviä ja lapsia motivoivia tapoja lähestyä tätä aihetta.

Seuraava tehtävä voidaan toteuttaa pareittain, mutta myös pienissä ryhmissä. Aikuinen on rakentanut opetustilaan labyrinttimaisen esteradan käyttäen hyödyksi huonekaluja ja muita suuria esineitä: laatikoita, pöytiä, tuoleja, palleja ja niin edelleen. Esterataan merkitään alku- ja päätepiste. Näitä voi olla useampiakin. Esterata kannattaa tehdä suljetuksi esimerkiksi teipillä lattiaan, jottei lapselle tule kiusausta ohjata kaveria päätepiesteeseen oikaisemalla esteradan ulkopuolelta. Valitaan, kuka

lapsista toimii käskyttävänä robottina. Muun ryhmän tai lapsen parin tehtävänä on ohjata suuntakäsitteitä eteen, vasemmalle, oikealle ja taakse hyödyntämällä robottilapsi päätepisteeseen. Jos tehtävä on lasten iästä ja taitotasosta riippuen suhteellisen helppo, voi sitä vaikeuttaa seuraavilla keinoilla:

Lisähaaste 1: Lapsille annetaan tehtäväksi tutkia esterataa hetki, jonka jälkeen heidän tehtävänä on laatia oikeat suunnat sisältävä komentosarja, joka luetaan robotille. Komentosarja voisi olla esimerkiksi “Kolme askelta eteen, askel vasempaan, kaksi askelta eteen, askel oikeaan” ja niin edelleen.

Lisähaaste 2: Aikuinen laatii ennen opetushetkeä esimerkiksi julisteelle tai älytaululle koodikartan, jossa jokaista sijaintikäsitettä vastaa oma geometrinen perusmuoto tai mikä tahansa muu symboli. Symbolien vastaavuudet voisivat olla esimerkiksi kolmio = askel eteen, ympyrä = askel vasempaan, neliö = askel oikeaan. Tehtävä toteutetaan siten, että lapset suunnittelevat yhdelle “robotille” reitin radan läpi kirjoittamalla muodoista koostuvan koodin, joka voisi näyttää esimerkiksi kuvan 1 kaltaiselta:

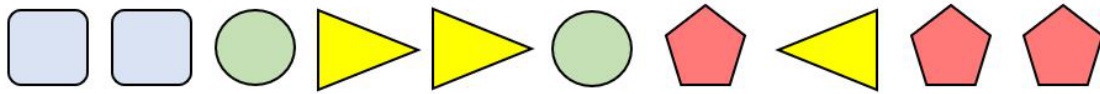


Kuva 1. Kulkusuuntaohjeet geometrisin perusmuodoin ilmaistuna

Toteutusvaihtoehto: Tehtävää ei ole pakko toteuttaa siten, että yksi lapsi toimii robottina ja muut käskyttäjinä. Lapset voivat esimerkiksi pareittain laatia labyrintin piirtämällä sellaisen paperille tai muulle alustalle, tai rakentamalla sellaisen rakennussarjaa, kuten legoja käyttämällä. Robottina voi toimia jokin heidän valitsemansa lelu, jota liikutetaan ohjeiden mukaan (ajatus on sama kuin Bee-Bot-robottien käytössä). Sen jälkeen voidaan toteuttaa esimerkiksi lisähaaste 2, jossa lapset yrittävät hahmottaa robotille reitin geometrisella symbolikielellä.

Seuraava tehtävä on kestoltaan hieman lyhyempi, eli se voidaan toteuttaa esimerkiksi yhteisessä aamupiirissä. Tehtävään yhdistetään geometrinen muotojen lisäksi liikunnallisuus. Edellisen tehtävän tapaan aikuinen näyttää lapsille valitsemallaan havaintovälineellä (äly- tai fläppitaulu, juliste, geometriset palat) esimerkiksi perusmuodot ympyrän, kolmion ja neliön. Voidaan ottaa lisäksi myös neljäs muoto tai symboli, esimerkiksi viisikulmio, tähti tai sydän. Kullekin muodolle on sovittu oma liike, kuten ympyrä = kyykkyhyppy, kolmio = kulkusuunnan vaihdos, neliö = pyörähdys ympäri ja sydän = taputus. Tehtävässä aikuinen toimii aluksi robottina ja lapset saavat

laatia muodoista aamuliikunnan robotille. Liikuntakoodi (ks. kuva 2) voisi näyttää esimerkiksi seuraavalta aiemman esimerkin tyyliä:



Kuva 2. Esimerkki liikuntakoodista geometrisilla perusmuodoilla ilmaistuna

Toimintona tämä geometrinen koodi kuuluisi siis kaksi pyörähdystä ympäri, kyykkyhyppy, kaksi askelta oikeaan, pyörähdys ympäri, taputus, askel vasempaan ja kaksi taputusta. Kun aikuinen on toiminut alussa esimerkkinä, voidaan ryhtyä toimimaan myös pareittain siten, että toimitaan vuorotellen robottina ja koodin keksijänä.

5.4 Mittaaminen

Mittaamisessa on hyvä tutustua muutamaankin yleiseen ja yksinkertaiseen mittavälineeseen sekä käyttää lapsen omia kehonosia sekä arkisia esineitä mittavälineinä. Lapsista on usein hauska mitata esimerkiksi hyllyjen, pöytien, kirjojen tai lasten itsensä pituuksia käyttämällä jotain epästandardia mittavälinettä ja pyytää lapsia tekemään arvio mitattavan asian pituudesta ennen mittaustehtävää. Tämän jälkeen omaa arviota voidaan verrata varsinaiseen tulokseen.

Tehtävissä on hyvä ottaa huomioon, että monien asioiden pituudet, kuten huonekalujen tai lasten pituudet, ilmaistaan heidän ymmärrystasolleen helposti liian suurilla standardeilla mitoilla. Esimerkiksi ilmaisu ”120 senttimetriä” liikkuu helposti pienen lapsen lukusuuruuksien käsityskyvyn ulkopuolella. Tällöin voidaan esimerkiksi mitata lasten pituuksia teipillä seinään, jolloin pituuksia voidaan vertailla visuaalisesti näköaistin avulla. Tällaisen mittauksen voi suorittaa vaikka syksyllä, ja kevään puolella mittaus voidaan toistaa lapsissa tapahtuneen pituuden muutoksen havainnoimiseksi. Toimintaan yhdistyy tilastointiin tutustuminen implisiittisesti.

Mittaamiseen tutustumista epästandardeilla mitoilla voidaan harjoitella myös seuraavasti: aikuinen näyttää lapsille muutamaa mittavälinettä, esimerkiksi viivoitinta, rullamittaa ja tauluviivainta. Pohditaan aluksi *mittaamisen* käsitettä: ”Oletko sinä mitannut jotain?”, ”Onko sinun pituuttasi mitattu kotona?”, ”Mitä tällä voisit mitata?” Näissä keskusteluissa on hyvä varmistaa, että käsitteet *pitkä*, *lyhyt*, *yhtä pitkä* sekä komparatiivit *pidempi* ja *lyhyempi* nousevat esiin. Lapsille on tyypillistä, että tämänkaltaisessa keskustelussa nousee esille myös arjessa, kuten keittiössä tapahtuva

mittaaminen. Havaintoja kehutaan, ja korostetaan tarvittaessa pituuden mittaamisen ero esimerkiksi määrän mittaamiseen.

Seuraavaksi toimitaan pareittain tai kolmen hengen ryhmissä. Useampia aikuisia on hyvä olla mukana auttamassa työskentelyssä. Annetaan lapsille jokin epästandardi mittaväline, kuten oma kenkä tai jalka, leluauto, kynä, kyynärä tai muu vastaava. Lapset valitsevat yhden esineen ja arvioivat, kuinka monta valitsemansa mitan pituutta se voisi olla; esimerkiksi kuinka monta kengän mittaa on pöydän pituus. Tämän jälkeen suoritetaan mittaaminen ja verrataan tulosta omaan arvioon. Tehtävässä nousee esille mittaamisen käsitteen lisäksi arvioinnin ja vertailun harjoittelu. Lukukäsite kulkee mittaamisessa mukana, sillä lukusanoja käytetään havainnollistamaan ajatuksessa käsiteltäviä lukumääriä: ”Pöytä oli kahdeksan kenkää pitkä” ja niin edelleen.

5.5 Tilastointi

Tilastointiin voidaan tutustua luonnollisesti monin eri keinoin, mutta lapsille luontainen keino omaksua tilastoinnin peruseriaatteita voidaan toteuttaa esimerkiksi laatimalla mielipidemittauksia päiväkodin ja esikoulun arkeen liittyvästä toiminnasta. Lasten on hyvä antaa äänestää omaa mielipidettään visuaalista välinettä käyttäen. Tällöin tilastointiin voidaan yhdistää lukukäsitteen harjoittelua Brunerin mallin ikonisella tasolla liikkuen, esimerkiksi seuraavan ruokailuun perustuvan tilastointiesimerkin mukaan:

Ruokailun yhteydessä asetetaan seinälle kuva päivän ruoasta. Kuvan yhteydessä on oltava tyhjää tilaa, johon lapset voivat äänestää esimerkiksi post-it -lapuilla. Ohjeistetaan lapsille, että jos hän piti päivän ruoasta, hän voi käydä asettamassa ruokakuvan alle post-it -lapun. Kokeilua jatketaan viikon verran. Toisella viikolla palataan kuvaseinälle ja pohditaan, mikä edellisviikon aterioista oli pidetyin? Miksi? Keskustelu ja päätelmät tapahtuvat vertaamalla lukumäärien suuruuksia keskenään, ja lukusanojen sekä mahdollisesti myös lukusymbolien liittäminen suosikkiruokiin tekee tulosten tarkastelusta tehokkaampaa ja mielekkäämpää.

5.6 Aikakäsite

Aikakäsitteeseen tutustumisessa voidaan hyödyntää monia eri välineitä. Näitä ovat esimerkiksi kello, viikonpäivät ja kalenterikuukaudet. Sen lisäksi, että aikakäsitteen sisältöihin kuuluvat viikonpäivien ja kuukausien nimien opettelu, nousevat myös lukukäsitteen ja lukujonotaitojen harjoittelu esille tätä aihepiiriä käsitellessä.

Yleinen ja hyvä päivän aloitukseen sidottava rutiini on tarkastella yhdessä kalenteria. Tämän hetken yhteydessä voidaan katsoa ja kysyä, mikä päivä tänään on, ja mahdollisesti myös monesko päivä on kyseessä. Tässä vaaditaan opetushenkilön arviointikykyä: lukujonotaidot vielä kehittyvät pienillä lapsilla, ja järjestysluvut lausutaan eri tavoin kuin lukujonossa ilmenevät numerot (vrt. *yksi, kaksi, kolme; ensimmäinen, toinen, kolmas*). Mahdollisuuksia havainnoida ja tuoda lukusymboleita esille lapselle sopivalla tasolla on tässäkin tapauksessa tarjolla.

Analogista kelloa sekä kuvia tai tarinoita hyödyntämällä voidaan tutustua kellon-aikoihin visuaalisella tasolla. Voidaan esimerkiksi rakentaa kuvien avulla tavallisen päivän kulku, johon kuuluu herääminen ja aamutoimet, päiväkotiin tai esikouluun meneminen, vapaa-aika, päivällinen ja nukkumaanmeno. Näiden kuvien yhteydessä voidaan näyttää kellon viisareita siirtämällä, missä kohti kelloa viisarit tavallisesti näiden päivän toimien aikaan ovat. Jos saatavilla on esimerkiksi lastensatuja tai muita tarinoita, joissa päivän kulku tulee esille, voidaan kellonviisareita siirtää ja havainnollistaa tarinan lukemisen aikana.

Vanhemmat lapset voidaan tutustuttaa jo myös sekunnin ja minuutin käsitteisiin. Analogisen kellon sekuntiviisaria hyödyntämällä voidaan havainnoida, kuinka pitkään kestää yksi sekunti ja yksi minuutti. Jos lukusanat ja -symbolit ovat jo tuttuja, voidaan myös käyttää digitaalista kelloa. Tämän pohjalle voidaan tehdä lyhyitä, mutta hauskoja arvausleikkejä: opetushenkilö pyytää lapsia esimerkiksi hyppäämään tai menemään kyykkyy, kun hänen antamastaan merkistä on lapsen mielestä kulunut ennalta sovittu määrä sekunteja. Tässä harjoituksessa harjaannutetaan lukukäsitettä, lukujonotaitoja ja sekunnin keston arviointikykyä.

6 Lopuksi

Tässä artikkelissa olen käsitellyt varhaismatemaattisten taitojen harjoittelua sekä niiden opettamista varhaiskasvatuksen ja esiopetuksen viitekehyksessä. Kun varhaismatemaattisten taitojen harjoittelu sisällytetään osaksi varhaiskasvatusta ja esiopetusta siten, kuin ne ovat esitetty opetustyötä ohjaavissa asiakirjoissa, voidaan varmistua siitä, ettei olennaisia matemaattisten taitojen osa-alueita jää epähuomiossa käsittelemättä tai liian vähäiselle huomiolle. Olen myös esittänyt käytäntöön sovellettavia opetusmerkkejä siten, että mainitut varhaismatemaattiset taidot nousevat niissä harjoiteltavien taitojen keskiöön. Luonnollisesti keinoja näiden taitojen harjoitteluun on olemassa käytännössä yhtä paljon kuin opetustoimen henkilöllä on luovuutta niiden toteuttamiseksi, mihin opettajan pedagoginen autonomia perustuu. Toivon

kuitenkin, että tämän artikkelin avulla olen voinut nostaa esille teoreettisiin malleihin ja opetusasiakirjoihin pohjautuvia esimerkkejä, jotka ovat hyödynnettävissä heikossa kasvatus- ja opetushenkilöstön arjessa, ja muokattavissa oman ryhmän tarpeisiin sopiviksi.

Lähteet

- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin*, 18(4), 63–74. https://bulletin.nmi.fi/wp-content/uploads/2016/09/aunio4_2008.pdf
- Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J.E.H. & Vuorio, J.-M. (2015). The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average- and high-performing groups. *Journal of Early Childhood Research*, 13(1), 3-16. <https://doi.org/10.1177/1476718X14538722>
- Bruner, J. (1967). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Belknap Press.
- Opetushallitus. (2014). Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Määräykset ja ohjeet 2016:1. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf
- Fuson, K.C. (1988). The Number-Word Sequence. An Overview of its Acquisition and Elaboration. Teoksessa: Fuson, K.C. (toim.). *Children's Counting and Concepts of Number*. Springer New York.
- Hannula-Sormunen, M.M., Lehtinen, E. & Räsänen, P. (2015). Preschool Children's Spontaneous Focusing on Numerosity, Subitizing, and Counting Skills as Predictors of Their Mathematical Performance Seven Years Later at School. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2-3), 155-177. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016814>
- Kajetski, T. & Salminen, M. (2020). *Uusi Matikasta moneksi*. 2. Painos. Lasten Keskus.
- Kinnunen, R. (2003). *Miksi kertolaskuun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana*. Oppimistutkimuksen keskus, Turun yliopisto.
- Näveri, L. (2018). *Matikkaa lapsen kanssa*. ELLI Early Learning Oy.
- Opetushallitus. (2018). Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet. Määräykset ja ohjeet 2018:3a. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/varhaiskasvatussuunnitelman_perusteet.pdf
- Vuorio, J.M. (2010). Matematiikka varhaiskasvatuksessa. Teoksessa: Korhonen, R., Rönkkö, M.L. & Aerila, J.A. (toim.). *Pienet oppimassa: kasvatuksellisia näkökulmia varhaiskasvatukseen ja esiopetukseen*. Turku: Turun yliopisto, 135-153.