LUMAT

General Issue
Vol 6 No 1 (2018)

Gymnasiets laborationsundervisning i fysik – mellan tradition och ändrade styrdokument

Simon Holmström, Ann-Marie Pendrill, Nina Reistad och Urban Eriksson

Fysiska institutionen, Lunds universitet, Sverige

Kontakt: simon.holmstrom@vaxjo.se

Laborationer har lång tradition i fysikundervisningen och det finns många klassiska skolexperiment. Samtidigt påverkas laborationsundervisningen av reformer och teknikutveckling. I denna studie fick lärare på tre gymnasieskolor diskutera sin laborationsundervisning. Analysen baseras på *händelselogik*, där handling ses som intentionell och styrs av determinanterna: *målsättning*, *förmåga*, *plikt* och *möjligheter*. Studien ger insikt i hur olika faktorer påverkar lärares laborationsundervisning, och hur klassiska laborationer i fysikundervisningen både kan ha en given plats och utmanas av nya förutsättningar. Resultaten antyder att praxis och tradition är starkare påverkansfaktorer än styrdokument i lärares utformning av laborations-undervisningen, vilket delvis kan relateras till en avsaknad av fortbildning.

Nyckelord: fysiklaborationer; gymnasiet; händelselogik; styrdokument

Artikel

Mottagen 27 mars 2017
Accepterad 9 januari 2018
Publicerad 8 februari 2018
Uppdaterad 10 februari 2018

General issue
Vol 6 No 1 (2018)

Sidor 1–21
Referenser: 39

www.lumat.fi

1. Inledning, bakgrund och syfte

1.1 Inledning

Undervisningen i fysik påverkas av teoretiska landvinningar, teknologisk utveckling och utbildningsreformer. I samband med den senaste svenska gymnasiereformen från 2011 har laborativa färdigheter fått en starkare betoning än tidigare: Eleven ska utveckla en förmåga att planerna, genomföra, tolka och redovisa experiment och observationer samt förmågan att hantera material och utrustning (Skolverket, 2011a), vilket kan jämföras med den tidigare texten Eleven skall kunna delta i planering och genomförande av enkla experimentella undersökningar samt muntligt och skriftligt redovisa och tolka resultaten (Skolverket, 2000). Styrdokumenten från 2011 ger också ett ökat krav på elevers förmåga att använda informations- och kommunikations-teknologi (IKT) och uppskattning av mätosäkerhet. Styrdokumenten uppdateras dessutom under 2017 med tillägg om digital kompetens (Skolverket, 2017a). Trots nya förutsättningar för laborationsundervisningen, så finns det delar av fysiken som utgör ett självklart innehåll och bara marginellt påverkas av reformer. Vissa skolexperiment behåller sin självklara roll medan andra blir föråldrade och utrustning kan moderniseras eller bytas ut mot exempelvis datorbaserad utrustning. Berg (2013) menar att många laborationer har uppnått en kanoniserad status och ofta används oreflekterat och Etkina et al. (2017) menar att erfarna fysiklärares undervisning ofta bygger på en invand handling. Detta föranleder ett intresse av att djupare studera hur lärares invanda laborationsundervisning påverkas av nya förutsättningar, såsom styrdokument, samt andra möjliga faktorer.

1.2 Bakgrund

Laborationsundervisningen ger eleven tillfälle att självständigt få uppleva fenomen och utföra ett undersökande arbete. Ett av de grundläggande syftena för laborationsundervisningen är att skapa en koppling mellan verkliga skeenden och teorier (Osborne, 2015; van den Berg, 2013). Mer specifika syften diskuteras bland annat av Hodson (2014), Lunetta, Hofstein och Clough (2007) och Wellington (1998). De konstaterar att vanliga målsättningar vid lärares planering av laborationer är:

- kognitiva målsättningar: ökad förståelse för begrepp, arbetssätt, metoder, naturvetenskapens karaktär
- psykomotoriska målsättningar: träning av färdigheter
- affektiva målsättningar: stimulera elevens intresse och motivation för undervisningen.

I en studie av elva svenska högstadielärare framkommer liknande målsättningar, men också att kognitiva mål var framträdande när laborationer diskuterades i allmänhet, och affektiva mål blev mer framträdande när lärarna beskrev specifika laborationer (Högström, Ottander, & Benckert, 2006).

Målsättningarna kan avspeglas i lärarens upplägg av laborationsundervisningen, som i sin tur kan kategoriseras på flera olika sätt. Traditionellt innebär laborationen oftast någon form av interaktion med verklig materiel, men utvecklingen av datorer och miniräknare möjliggör också laborationer som kan involvera arbete med en virtuell beskrivning av verkligheten. En form av kategorisering avser laborationens omfattning till exempel som 80-minuters laborationer eller korta stationslaborationer. En annan slags kategorisering avser den information som läraren ger elever som bestämmer laborationens öppenhet i form av frihetsgrader, som i sin tur kopplas till: i) problem, ii) genomförande och iii) resultat, (Andersson, 1989). Ytterligare en kategori av laborativt arbete nämns av Sjøberg (2000): klassiska och historiska försök, vars syfte kan vara bekräfta teorin men också att ge en historisk förståelse för utvecklingen i naturvetenskap.

Förklaringar till lärares utformning av laborationsundervisningen kan kopplas till lärarens inställning och kompetens. Etkina et al. (2017) finner att fysiklärares undervisning bygger på den kunskap och de färdigheter som läraren har, samtidigt som de menar att lärarens undervisning också bygger på en omedveten och stark föreställning och inställning till lärande och undervisning, till exempel om naturvetenskapens karaktär (Waters-Adams, 2006). Andra exempel som kan kopplas till både kompetens och inställning, är att erfarenheter från tidigare yrke (Novak & Knowles, 1992) och tidigare skolgång och utbildning (Engström, 2011) avspeglas i lärarens undervisning. Även om ämnesplanen från 2011 betonar IKT starkare än tidigare, så används datorbaserad undervisning i varierande grad i svenska lärares undervisning av naturvetenskapliga ämnen (Skolverket, 2013), vilket även kan kopplas till lärarens kompetens. Lärarstudenter och nyblivna lärare anpassar oftast sin undervisning efter den egna skolans praxis (Lager-Nyqvist, 2003).

Ovanstående litteraturgenomgång ger en inblick i hur olika faktorer påverkar lärares undervisning, och har en tyngdpunkt på lärares inställning, uppfattning och kompetens. Samtidigt saknas en närmare beskrivning av hur gymnasielärare väljer att använda specifika laborationer och hur deras laborationsundervisning påverkas av olika faktorer, inte bara lärarens inställning och tidigare erfarenheter, utan även styrdokument och praktiska detaljer.

1.3 Syfte och frågeställningar

Att fysiklärares laborationsundervisning till stor del är invand och innehåller kanoniserade element medför ett intresse att närmare försöka förstå vad som påverkar lärarens laborationsundervisning, och hur olika faktorer påverkar varandra. Detta syfte aktualiseras av den senaste svenska gymnasiereformen. Vi har i denna studie bett lärare diskutera hur de använder tre klassiska laborationer som en utgångspunkt för att försöka förstå hur lärare påverkas av olika faktorer. Detta leder oss till följande frågeställningar:

- Hur beskriver lärare att de använder klassiska laborationer i fysikundervisningen?
- Vilka faktorer påverkar lärares laborationsundervisning – och hur?

1.4 Tre klassiska laborationer

I den här studien finns ett intresse av hur lärare beskriver hur laborationer används i undervisningen. Studien lyfter därför fram och diskuterar tre klassiska laborationer som är vanligt förekommande på svenska gymnasieskolor. Valet av klassiska laborationer möjliggör en analys av hur kanoniserade element i lärares undervisning påverkas av nya förutsättningar. Laborationerna har valts utifrån olika upplägg och områden i fysiken och beskrivs kortfattat nedan.

Tempografen representerar i den här studien mekaniken, och omnämns som både klassisk och som en traditionell del av fysikundervisningen av till exempel Nivalainen, Asikainen & Hirvonen (2013) och Nunn (2014) och kan användas för att studier av fritt fall. En tempografuppställning bygger på att punkter ritas på en pappersremsa hundra gånger i sekunden. En vikt sätts fast vid pappersremsan och när vikten släpps erhålls punkter på remsan, vars inbördes avstånd ökar med tiden.

Förhållandet mellan elektronens laddning och massa (e/m) är en laboration som i den här studien representerar elektromagnetismen och är ett exempel på ett historiskt försök. Försöket användes av J.J Thomson i samband med upptäckten av elektronen 1897 (Falconer, 1997). Försöket bygger på att en stråle av elektroner accelereras av ett elektriskt fält inuti ett urladdningsrör. Elektronstrålen kolliderar och exciterar gasen inuti urladdningsröret varpå strålens bana blir synlig. Ett yttre magnetfält appliceras och justeras så att elektronstrålen går i en cirkel inuti röret. Med mätningar av accelerationsspänning, magnetfältets styrka, cirkelns radie och kännedom om kraftverkan på laddade partiklar i magnetfält och cirkelrörelse, kan ett förhållande mellan elektronens laddning och massa, e/m, bestämmas.

Pendeln bygger på mindre avancerad utrustning än tempografen och e/m. Pendeln kan historiskt associeras med flera kända fysiker, till exempel Newton och Galileo, och har bland annat använts för att bestämma ett värde på tyngdaccelerationen eller för att påvisa jordrotationen (Matthews, 2014). I undervisningssammanhang kan pendeln kopplas till olika syften, som att lära elever att planera och utföra mätningar eller att studera relationen mellan snörets längd och pendelns periodtid (ibid).

2. Metod och analys

2.1 Inledning

Studien genomfördes i anslutning till implementeringen av en ny läroplan, Gy11 (Skolverket, 2011a), som är avsedd att bygga vidare på läroplanen för grundskolan, Gr11 (Skolverket, 2011b), som reviderades samtidigt. De elever som lärarna mött under de första tre åren har dock huvudsakligen studerat efter den äldre läroplanen, Lpo94 (Skolverket, 1994). Eftersom situationen är ovanlig har vi valt att göra en studie av explorativ karaktär.

Behovet av ett rikt material av åsikter och uppfattningar medförde att datainsamlingen baseras på semistrukturerade fokusgruppsintervjuer. Fokusgrupper som metod generar ofta data som kan vara svåra att generalisera, samtidigt inriktar sig metoden mot betydelse snarare än mätning (Stewart, Shamdasani, & Rook, 2007). I den här artikeln studeras hur olika faktorer samverkar vid lärares laborationsundervisning. För att kunna analysera lärares val och utformning av laborationsundervisning och faktorer som påverkar laborationsundervisningen, har vi valt att analysera intervjuerna med utgångspunkt i von Wrights händelselogik (1983) som ser mänsklig handling som en logisk konsekvens av olika faktorer.

2.2 Genomförande

Kontakt etablerades med fyra kommunala skolor i olika delar av södra Sverige, varav tre ställde upp för intervju. Skolorna låg i tre mellanstora städer och hade cirka 1000 elever. Lärarna (tabell 1) kontaktades i förväg genom mejl och informerades om huvudsyftet med studien. Intervjuerna varade i ungefär en timme och spelades in och transkriberades.

Tabell 1. Deltagande lärare med fingerade namn och antal yrkesverksamma år

Skola A		**Skola B**		**Skola C**	
Lärare	Erfarenhet (år)	Lärare	Erfarenhet (år)	Lärare	Erfarenhet (år)
Adam	26	Joel	20	Stefan	13
Ellen	9	Krister	20	Tobias	13
		Markus	11	Ulrik	4
		Nilla	11	Vera	24
		Ofelia	15	Wivvi	7

Intervjuschemat var uppdelat i två delar (se bilaga). I den första delen ombads lärarna reflektera över bilder på de tre laborationsuppställningarna. Bilderna var ett sätt att fokusera på lärarnas handling och målsättning, samt ett sätt att stimulera diskussionen (Stewart et al., 2007). Den andra delen byggde på frågor som allmänt kan relateras till lärarnas undervisning: lärarnas upplevda förmåga att bedriva laborativ undervisning, bedömning av laborativa färdigheter och vad som kännetecknar en bra laboration. Under intervjuerna följdes lärarnas svar upp med följdfrågor med syfte att erhålla en djupare förståelse för hur olika faktorer påverkar laborationsundervisningen. Uppdelningen av dessa faktorer och hur vi har valt att tolka dem återges i avsnitt 2.3.

2.3 Analys

Händelselogiken ger en förklaring till mänsklig handling genom att se handlingen som en logisk slutsats utifrån fyra determinanter: målsättning, förmåga, plikt och möjligheter (Wright, 1983). Målsättningen är den avsikt läraren har med sin undervisning men rör också tankar om en önskad relation till eleverna. Målsättningen kan avspegla lärarens inställning, en inställning till hur olika situationer ska hanteras och kan exempelvis bottna i undervisningserfarenheter. En förutsättning för att kunna genomföra en handling är att ha förmågan att kunna genomföra den. Förmågan kan relateras till teoretisk kunskap, kännedom om laborativ materiel, men också till tankar kring den egna förmågan att genomföra en önskad undervisning. Plikt kan sammanfattas med de normer och regler som läraren uppfattar, där en plikt kan beskrivas som en skyldighet att genomföra en viss handling i ett visst sammanhang. Vad en lärare kan göra i en viss situation beror inte bara på den förmåga som läraren har utan också vilka möjligheter som finns att utföra en handling. I sammanhanget med lärares undervisning kan detta till exempel vara tillgång till materiel, schemaläggning och lokaler.

Lärarnas beskrivning av sin utformning av de tre laborationerna användes i den här studien för att få en bild av lärarnas undervisning och för att kartlägga relaterade determinanter. I denna artikel avser handlingen lärares uppläggning och val av uppläggning av laborationsundervisningen. Eftersom de olika laborationerna har olika karaktär och inbjuder till olika typer av mål har målsättningen presenterats tillsammans med tillhörande laboration. Determinanten förmåga har kopplats till uttalanden som beskriver vad läraren kan och hur lärare lär sig att undervisa laborativt. Lärarnas beskrivningar av hur de har utvecklat sin förmåga att undervisa laborativt har använts för att identifiera den kunskap lärarna har men också varifrån den härstammar. Under intervjuerna framkom faktorer som har tolkats som möjligheter i undervisningen men också hinder, som möjligheternas motsats. De belyser båda vad en möjlighet är och vad som skulle kunna vara en möjlighet, och ger samtidigt en inblick i lärarnas arbetssituation kring faktorer som underlättar eller försvårar undervisningen.

Analysen bygger på en förståelse för hur en eller flera determinanter påverkar en handling men också på en förståelse för den aktuella situation i vilken handlingen äger rum. Analysen utgick ifrån att kartlägga lärarnas beskrivningar av användningen av laborationer och identifiering efter händelselogikens determinanter. Fokusgruppsintervjuerna analyserades först var för sig och därefter jämfördes analyserna med varandra för att uppnå enhetliga teman. Samtliga författare till denna artikel involverades i analysarbetet.

2.4 Metoddiskussion

Studier som har använt händelselogik som analysverktyg har kombinerat enskilda intervjuer av ett mindre antal lärare med observationer (Lager-Nyqvist, 2003; Skogh, 2001). I denna studie har vi inte gjort några observationer: även om en handling observeras så blir motivet för handlingen i en efterföljande intervju alltid i någon mening en efterhandskonstruktion. Den handling som studeras i detta arbete är i första hand lärares val och reflektioner avseende utformningen på laborationer, snarare än själva genomförandet. Att låta lärare i fokusgrupper referera till sin egen laborationsundervisning har underlättat studier av större antal lärares laborationsundervisning. Det finns dock en risk att tiden mellan lärarens handling och beskrivning kan bli lång, samtidigt som valet av fokusgruppsintervjuer gör att lärarens beskrivning inte begränsas till ett enskilt observationstillfälle. För validering av resultaten skickades sammanfattningar av varje fokusgruppsintervju till de medverkande lärarna för kommentarer (Winter, 2000). I ett par fall kontaktades lärare dessutom efter intervjuerna för ytterligare följdfrågor i syfte att klargöra uttalanden efter händelselogikens determinanter. Att basera metoden för datainsamling på fokusgrupper medför en risk att deltagarnas beskrivningar inte överensstämmer med vad de i verkligheten gör, en risk som också återfinns i andra metoder för datainsamling (Stewart et al., 2007). Inte heller observation av ett enskilt laborationstillfälle kan ge en bild av variationen i lärares upplägg. Att kombinera händelselogiken med fokusgrupper har möjliggjort studier av hur lärare ställs inför liknande situationer och hur man väljer att utforma sin undervisning.

3. Resultat och resultatdiskussion

Resultaten bygger på fokusgruppsintervjuer och som vi har valt att analysera utifrån handling efter lärarens beskrivning av sin undervisning, och efter händelselogikens determinanter: målsättning, förmåga, plikt och möjligheter. I och med att de utvalda laborationerna som ligger till grund för studien uppvisar olika karaktär, presenteras först en sammanfattning av lärarnas beskrivningar av användningen och målsättningar med varje laboration i de tre fallen. Därefter följer en analys och exempel på uttalanden som kan knytas till determinanterna förmåga, plikt och möjligheter.

3.1 Handling och målsättning

Studien tyder på att de utvalda laborationsuppställningarna som ligger till grund för denna studie tillhör en traditionsbunden och kanoniserad del av fysikundervisningen: de tre laborationsuppställningarna återfinns på samtliga deltagande skolor i studien, de tre laborationsuppställningarna används ofta genom att låta elever bekräfta känd kunskap under lärarens överinseende. Detta beskrivs som en traditionell undervisning till exempel av Hake (1998) och Trumper (2003). Lärandet baseras ofta på att låta elever bekanta sig med och använda kända samband, vilket också framkom som det vanligaste laborativa lärandet bland europiska lärare i naturvetenskapliga ämnen på gymnasie- och högskolenivå (Tiberghien, Veillard, Le Maréchal, Buty, & Millar, 2001).

Dominerande målsättningar hos lärarna i vår studie är ökad förståelse för begrepp och träning av färdigheter. Affektiva målsättningar är mindre vanliga, men förekommer både i diskussionerna av de tre utvalda laborationerna och som en allmän målsättning med laborationsundervisningen. Lärarna i studien uttrycker många gånger en målsättning som eftersträvar kontroll över undervisningen, både avseende lärande och upplevda risker, vilket leder till att vissa laborationer väljs bort eller genomförs som demonstration av läraren.

3.1.1 Tempografen

Tempografen är den av de tre laborationsuppställningarna som bland deltagarna ger den starkaste uppfattningen av en kanon och tradition. Denna kanon och tradition utmanas samtidigt av modern datorstödd mätutrustning och förändrade elevförutsättningar, vilket leder till att en del av lärarna väljer bort tempografen till förmån för andra laborationer. På skola A tillhör tempografen en uttalad standard i skolans undervisning och en laborationshandledning återfinns i en mapp på skolans nätverk, som alla lärarna har tillgång till. Ingen av lärarna på skola B använder tempografen i laborationsundervisningen, däremot har flera använt den tidigare. På skola C återfinns både lärare som använder tempografen och som inte använder den. Detta indikerar att traditionen kan skilja på både individnivå och skolnivå.

Tempografen uppskattas av några lärare för att den ger en konkret upplevelse av konstant acceleration och att den är ”hands-on”. Samtidigt bygger laborationen på flera steg och som flera lärare anser ställer höga praktiska krav på eleven. Till exempel anser Vera det vara nödvändigt med styrda instruktioner och Tobias väljer bort tempografen till förmån för datorstödd mätutrustning i vissa elevgrupper.

> Har man en stor grupp och man vet att dom har det svårt för det här praktiska, då kör man kanske hellre datorlabben. (Tobias)

Ulrik föredrar datormätningar framför tempografen men nämner också att han har använt tempografen tidigare, när den datorstödda utrustningen inte fungerade. Att Krister inte använder tempografen längre förklarar han med att den inte ger tillförlitliga mätvärden och det oljud som uppstår. Joel använder inte tempografen längre men medger att den har en viss pedagogisk finess.

Att lärare i den här studien väljer datorstödd mätutrustning framför tempografen skulle kunna tolkas som en anpassning till ämnesplanens ökade krav på datoranvändning i undervisningen även om ingen av lärarna hänvisar till detta. Som skäl att använda tempografen, även om den kan uppfattas som ålderdomlig, anger en del lärare att den erbjuder en konkret upplevelse av konstant acceleration och den i vissa avseenden är enkel att förstå.

Målsättningar med tempografen. Vanliga målsättningar kan sammanfattas med att ge eleven en konkret upplevelse av och förståelse för begreppet likformigt accelererad rörelse. Flera lärare betonar betydelsen av själva mätningen på tempografremsan. Några lärare understryker vikten av att låta eleverna få rita diagram för hand med data från tempografremsan.

Tobias, å andra sidan, beskriver ett upplägg på en datorstödd laboration vars upplägg och målsättning uppvisar likheter med tempograflaborationen:

> Därmed får vi en s-t-graf, i stället för en tempografremsa, i vilken vi kan avläsa motsvarande data mha ett hårkors (i mätprogrammet). (Tobias)

Detta ger ett exempel på hur äldre utrustning utmanas av nyare teknologi, samtidigt som målsättningen kvarstår.

3.1.2 Kvoten mellan elektronens laddning och massa (e/m)

Laborationsuppställningar för bestämning av förhållandet mellan elektronens massa och laddning, e/m, återfinns på alla skolorna i studien. Till skillnad från tempograflaborationen används e/m både för demonstration och för laboration. Lärare som väljer att demonstrera försöket anger två olika skäl: dels att man uppfattar det finns en risk med att låta elever laborera med högspänning, och dels att man inte har tillräckligt antal uppsättningar för att genomföra den som laboration. De lärare som genomför e/m som laboration vidtar säkerhetsåtgärder mot risker de identifierat. Ett exempel är Ellen som beskriver hur hon säkerställer att eleverna gör rätt inkopplingar för att undvika att utrustningen ska gå sönder. Detta gör hon genom att själv koppla upp en uppställning som sedan eleverna kan använda som mall för sina egna inkopplingar.

Även om risker och frågor kopplade till arbetsmiljö är ytterst arbetsgivarens ansvar (Arbetsmiljöverket, 2008) så visar resultaten att ingen av de intervjuade lärarna har gjort formella riskbedömningar i anslutning till sina fysiklaborationer, även om de visar en medvetenhet om risken att både elever och utrustning kan komma till skada, och följden att laborationen inte kan fortgå. Detta belyser en allmän målsättning av kontroll över undervisningen som nämndes i inledningen av avsnitt 3.1, och som i detta fall kopplas till risker. Inom kemiämnet finns en starkare tradition avseende riskbedömningar, som involverar dragskåp, skyddskläder och riskbedömning av varje laboration, se till exempel Hellberg (2013).

En lärare, Joel, använder denna försöksuppställning för att förklara uppkomsten av norrsken. Han förser sina elever med magneter att placera i anslutning till urladdningsröret, varvid ett spiralmönster erhålls. Strålens spiralformade bana använder Joel för att förklara hur laddade partiklar leds in mot jordens magnetiska poler och ger upphov till norrsken.

Målsättningar med bestämningen av e/m. Lärarnas målsättningar kan sammanfattas med:

1. beräkna värde på konstanter

2. ge eleverna en visuell upplevelse av elektroners rörelse och
3. låta eleverna göra lämpliga inställningar av utrustningen så att elektronstrålen bildar en cirkel.

Jämfört med tempografen framkommer träning av manipulativa färdigheter oftare, till exempel att göra inkopplingar och lämpliga inställningar av utrustningen. Mätdata samlas inte in i samma utsträckning som i tempograflaborationen, vilket kan vara en förklaring till varför konstruktion av diagram inte nämns.

Flera lärare antyder affektiva mål med denna laboration än med tempografen och pendeln. De upplever att elever fascineras av möjligheten att kunna se spåret efter elektroner.

> En fascination att kunna se någonting som egentligen inte går att se. (Tobias)

Lärarens affektiva mål kan grunda sig i en önskan om att eleven ska uppskatta fysiken, men också läraren och undervisningen.

3.1.3 Pendeln

Lärarnas beskrivningar av pendeln antyder en mer mångsidig användning än tempografen och e/m. Lärarna ger olika exempel på laborationer där pendeln används och används både som en kort stationslaboration och som långlaboration. Lärarna anser att den har flera fördelar, bland annat att den lämpar sig för öppna laborationer, enkel att anordna för läraren och lätt för eleverna att förstå vad de förväntas göra. En annan användning är laborativa prov. Nilla har till exempel använt pendeln för ett laborativt prov på en tidigare arbetsplats. Eleverna gavs olika uppgifter och pendeln tillhörde de svårare uppgifterna. De förväntades komma fram till ett förhållande mellan pendelns längd och periodtid genom att göra en anpassning av mätdata på miniräknaren.

> Man skulle ta fram sambandet mellan längd och tid. Men det är ju svårt för dom att hitta det sambandet. (Nilla)

Samtidigt finns det några lärare som reflekterar över hur den förändrade ämnesplanen har påverkat deras användning av pendeln och antyder att pendeln har försvunnit ur deras laborationsundervisning:

> Pendeln har kommit bort lite. (Vera)

> Jag tänkte precis säga det. Var har den funnits? (skratt) Det är en sån här grej, som man möjligtvis plockat fram när man har haft tid över. (Tobias)

Målsättning med undersökningar av pendeln. Ur lärarnas beskrivningar framträder målsättningar som inte uppkommer för tempografen eller bestämning av kvoten e/m: att lära ut ett undersökande arbetssätt, samt visa hur mätosäkerhet reduceras. De likheter som framkommer är att låta eleverna använda kända samband och bestämma värdet på kända konstanter.

Den målsättning som förekommer bland flest lärare är att lära eleverna hur felkällor kan reduceras. Pendeln sammankopplas ofta med ett undersökande arbetssätt där eleven får undersöka vilka faktorer som påverkar pendelns svängningstid och några lärare låter sina elever bestämma ett samband mellan periodtiden och pendelns längd. Det framkommer också beskrivningar där pendeln används för att studera omvandlingen mellan potentiell energi och kinetisk energi och som antyder en målsättning att illustrera energins bevarande.

Pendeln är ett ytterligare exempel på hur vissa laborationer väljs bort, som i detta fall kan ses som en anpassning efter kursplanereformen. Samtidigt lämpar sig pendeln för ett undersökande arbetssätt och för feluppskattningar, vilket är exempel på faktorer som betonas starkare i den nya ämnesplanen. Denna skillnad kan förklaras med att fysiklärare tolkar kursplaner olika, vilket avspeglas i deras undervisning (Engström, 2011).

3.2 Förmåga och kompetens

Determinanten förmåga styr lärarens undervisning genom den enkla förklaringen att den typ av undervisning faller bort som läraren inte behärskar. Fokusgrupperna i denna studie ger en insyn i hur lärare har lärt sig att undervisa laborativt och hur de utvecklar sin laborativa kompetens och därmed en ytterligare förklaring till varför de undervisar som de gör. Ur intervjuerna framstår arbetet som färdig lärare och samarbetet med kollegor som de faktorer som bidrar mest till den laborativa kompetensen. Detta medför att arbetssätt och rådande undervisningskultur överförs från mer rutinerade lärare till nyblivna lärare, i likhet med vad Etkina et al. (2017) finner. Detta tas också upp av Stigler och Hiebert (2009) som förklaring till varför undervisningen inom ett och samma land uppvisar stora likheter. Traditionen kan också föras vidare genom att fysiklärare undervisar på ett sätt som påminner om den egna skolgången (Engström, 2011; McDermott, 2006). I denna studie framkommer ett liknade resultat då det förekommer exempel på hur lärare relaterar sin undervisning till sina egna gymnasiestudier och högskolestudier.

I studien ser vi också hur gymnasiereformen ställer nya krav på lärarens förmåga, exempelvis i fråga om datoranvändning. Ämnet datorkunskap försvann som ämne i svensk gymnasieskola i samband med gymnasiereformen 2011, vilket ställer nya krav på lärarnas kompetens: att lära eleven att hantera ordbehandlingsprogram och program för mätdatahantering, en kompetens som lärare inte nödvändigtvis inte behöver ha. Till exempel Adam upplever att han inte har tillräckliga kunskaper i grafritande datorprogram, vilket resulterar i att han låter eleverna bestämma om de ska rita diagram för hand eller i Excel.

De uttalanden som kopplas till utveckling av förmågan att undervisa laborativt återger varifrån läraren hittar inspiration, influeras, eller utvecklar sin laborationsundervisning. Lärarna i studien beskriver att utvecklingen av den egna laborativa förmågan förekommer i form av: egen utveckling av laborationer, kollegialt samarbete och organiserad eller individuell kompetensutveckling. Lärarna har flera års erfarenhet och många av dem nämner att de har modifierat laborationer som deras kollegor gör eller att man har hittat laborationer på internet. Några lärare uttrycker en önskan om ett större kollegialt samarbete, vilket förhindras genom bristen på tid. På skola C har man försökt att använda studiedagar till att utveckla laborationsundervisningen mot mer öppna laborationer, dock har den avsatta tiden inte varit tillräcklig.

> En förmiddag och så sen så måste vi överge allting igen. (Wivvi)

Den typ och mängd av kompetensutveckling som lärarna har erhållit rörande laborationsundervisning varierar mellan lärarna och skolorna. Flera lärare upplever att de inte har fått någon kompetensutveckling i laborationsundervisning. Om kompetensutveckling inom fysik har förekommit, har det ofta varit i föredragsform om ren fysik. Kompetensutvecklingen avseende laborativ undervisning verkar ha hamnat i skuggan av reformarbetet och begränsas av ekonomiska och personella resurser. Den kompetensutveckling som lärarna har erhållit i ämnet och i reformarbetet kan beskrivas som punktinsatser, vilket i tidigare forskning har visat sig ha marginell inverkan på undervisningen (McDermott, 2006). Frånvaron av kompetensutveckling och bristen på tid medför en risk att revision av styrdokument endast i begränsad utsträckning påverkar undervisningen.

3.3 Plikt

Det förekommer uttalanden om hur lärarna söker stöd och motiv för sin undervisning, till exempel genom att hänvisa till styrdokumenten, läromedel eller som ett sätt att förbereda eleven inför högskolestudier. Samtidigt framträder också praxis och tradition som påverkansfaktorer, till exempel genom beskrivningar av en invand undervisning eller laborationer som beskrivs tillhöra en standard.

Lärarna befinner sig i en implementeringsfas av den nya ämnesplanen, som starkare betonar användningen av digital mätutrustning och mätdatabehandling, och färdigheter som kan knytas till ett undersökande arbetssätt, och dessutom bedömning av dessa färdigheter. Däremot förekommer få exempel på att lärarna nämner hur dessa förändrade krav påverkar laborationsundervisningen. På skola C diskuteras till exempel styrdokumentens förmågor och betygskriterier, där Tobias säger att han tänker på förmågor vid provkonstruktion men inte när han planerar laborationer. Skola C har bedrivit ett utvecklingsarbete att utforma fler laborationer av öppen karaktär, för att möta betygskriteriernas krav för ett högre betyg. Däremot har elevernas laborativa prestationer liten påverkan vid Stefans och Ulriks betygsättning, trots att båda två arbetar på skola C och uttrycker att detta borde beaktas. Likande resultat framkom i en studie av svenska biologilärare (Ottander & Grelsson, 2006) och skulle i detta sammanhang betyda att elevens laborativa färdigheter i slutänden är av underordnad natur vid betygsättningen.

Även om användningen av olika laborationer kan skilja mellan de deltagande skolorna så framstår praxis och tradition i flera uttalanden som stark påverkansfaktorer i laborationsundervisningen.

> [Tempografen] är standardlabb, den gör vi allihop. (Ellen)

Detta leder till frågan varifrån praxis och tradition härstammar. En förklaring är att läraren undervisar som man själv har blivit undervisad under den egna skolgången och utbildningen (jfr avsnitt 3.2). En faktor som ger bilden av en långsträckt tradition är att laborationsundervisningens målsättningar kan spåras mer än hundra år tillbaka i tiden (Lunetta et al., 2007). Även om undervisningskulturen kan skilja mellan länder (Stigler & Hiebert, 2009) så uppvisar västerländsk undervisning i naturvetenskap stora likheter (Sjøberg, 2000). Denna likhet avspeglades även i en jämförande studie mellan olika europeiska länders laborationsundervisning på gymnasie- och högskolenivå (Tiberghien et al., 2001). I Skolverkets nationella utvärdering av grundskolan framkom att mål från tidigare och nuvarande kursplaner kan samexistera i lärares undervisning (Skolverket, 2004), vilket betyder att lärarens målsättningar kan ha rötter i tidigare kursplaner.

Det tyder på att det finns påverkansfaktorer i laborationsundervisningen som är starkare än styrdokumenten. I vår studie framstår praxis och tradition starka, vilket kan förklaras med långsträckt och stark internationell tradition. Lärares användning eller icke-användning av IKT verkar oberoende av styrdokumenten, och kan istället kopplas till en målsättning av kontroll över undervisningen, se även 3.4.

3.4 Möjligheter

Under determinanten möjligheter uppkommer faktorer som underlättar eller begränsar undervisningen, där lärarna angav fler hinder än möjligheter. Beskrivna hinder var faktorer som gör att lärare tvingas anpassa sin undervisning och öka graden av kontroll över undervisningen. Dels som anpassningar som svarar mot att möta elevens minskade laborativa färdigheter, och dels som ett sätt att minimera risker, se även 3.1.2.

> Jag brukar göra [kokning av vatten] som demonstration. För ibland beter sig elever någonting så fruktansvärt dumt. (Joel)

Hinder, som elevens minskade praktiska vana och utrustning som inte fungerar, leder exempelvis till att lärarna i vissa fall ersätter tempografen med datorstödda laborationer (se 3.1.1). Användningen av datorstödd laborationsutrustning i detta sammanhang kan tolkas som ett sätt att undvika dessa hinder, snarare än ett sätt att tillgodose styrdokumentens kunskapskrav. Den förändrade praktiska vanan förklaras av flera lärare med en förändrad livsstil, till exempel:

> Det är väldigt mycket sitta vid datorn nu för tiden. Det är få som är ute och gör praktiska grejor och upplever saker. (Krister)

De flesta uttalanden rörande elever och determinanten möjligheter, behandlar hinder i undervisningen. Det förekommer också mer positiva omdömen där lärarna berömmer sina elever: att eleven uppvisar en förståelse för det som läraren eftersträvar och hur läraren har givande diskussioner med sina elever. Möjligheter framträder mest som en begränsande determinant för handlingen och indikerar lärarens manöverutrymme i olika situationer, som ofta begränsas av bristen på ekonomiska resurser. Bristen på tid har gjort att ett utvecklingsarbete mot fler öppna laborationer på skola C har avstannat. Lärarna på skola C nämner också att deras skolledning kommer att minska timantalet för laborationer i lärarnas tjänstefördelningar, vilket upplevs som negativt:

> Vår reaktion blir ju att laborationen kommer ju att ta stryk. Det vill vi inte, men vi ser inte hur vi kan lösa det på något annat sätt. (Tobias)

Flera av lärarna i studien uttrycker en stressad arbetssituation och en brist på tid: dels på tid i det löpande arbetet för att ställa upp och genomföra god laborativ undervisning - som också kan relateras till ett minskat tekniskt stöd, dels tid för en mer långsiktig utveckling av laborationsundervisningen. Fortbildningen i anslutning till implementeringen av den reviderade läroplanen Gy11 fokuserade på många skolor mer på gemensamma frågor, med lite tid för ämnesspecifika frågor. Lärarna upplever att detta får olika negativa konsekvenser och som kan sammanfattas med att man inte hinner reflektera och utveckla sin undervisning som man önskar. Detta ger dels en förklaring till varför styrdokumenten inte är den starkaste faktorn i lärares val och upplägg av laborationer, och dels till varför lärare bedriver en invand och oreflekterad undervisning.

4. Slutdiskussion

Studiens syfte är att studera hur lärares laborationsundervisning påverkas av olika faktorer. Resultaten visar hur lärare gör medvetna val och försöker anpassa sin undervisning för att uppnå avsett lärande, minimera risker och anpassning efter nya styrdokument. Samtidigt framträder tradition och praxis som tydliga påverkansfaktorer på lärares laborationsundervisning, och bristen på tiden som ett hinder för utvecklingen av undervisningen. Resultaten tyder på att äldre och klassiska laborationer utmanas av modernare och digital mätutrustning, samtidigt som styrdokumentens förväntningar på att använda datorstöd inte har fått full genomslagskraft. Att studiens lärare väljer att behålla en del äldre och praxisbundna laborationer kan förklaras med långsträckta traditioner i likhet med Etkina et al. (2017), men också att äldre laborationer fortfarande har pedagogiska och tidlösa finesser.

Resultaten i denna studie antyder att fysiklaborationen har en nedtonad betydelse i gymnasiets fysikundervisning och är en del av undervisningen dit reformer kommer i andra hand. På lärarnivå framträder att elevens laborativa prestationer endast påverkar betyget i gränsfall, och att den reviderade ämnesplanens förmågor beaktas vid provkonstruktion, men inte i lärarens laborationsförberedelse. På huvudmannanivå framträder den nedtonade rollen i besparingsåtgärder och en minskad tid för laborationsundervisningen i tjänstefördelningar, samt frånvaron av kompetensutveckling av den laborativa undervisningen. Vill man uppnå målet med en förbättring av elevers laborativa förmågor så måste lärare ges tid för en kontinuerlig och långsiktig kompetensutveckling, där utgångspunkten är lärarnas eget behov och kompetens (Clarke & Hollingsworth, 2002; Hargreaves & Fullan, 2012; Stigler & Hiebert, 2009). Skolverket (2017b) sjösatte under läsåret 2016/2017 en långsiktig satsning på lärares kompetensutveckling i naturvetenskapliga ämnen som bygger på ett kollegialt lärande, varaktigt engagemang och med utbildade handledare. Denna satsning har ett antal olika inriktningar, men saknar än så länge en laborativ gymnasieinriktning.

Referenser

Andersson, B. (1989). Grundskolans naturvetenskap: Forskningsresultat och nya idéer. Utbildningsförlaget.

Arbetsmiljöverket. (2008). *Systematiskt arbetsmiljöarbete*. Solna: Arbetsmiljöverket Publikationsservice.

Clarke, D., & Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model of teacher professional growth. *Teaching and Teacher Education, 18*, 947–967. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00053-7

Engström, S. (2011). *Att vördsamt värdesätta eller tryggt trotsa: Gymnasiefysiken, undervisningstraditioner och fysiklärares olika strategier för energiundervisning* (Unpublished doctoral dissertation). Mälardalen University, Eskilstuna.

Etkina, E., Gregorcic, B., & Vokos, S. (2017). Organizing physics teacher professional education around productive habit development: A way to meet reform challenges. *Physical Review Physics Education Research, 13*(1), 010107. https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.010107

Falconer, I. (1997). J.J. Thomson and the discovery of the electron. *Physics Education, 32*(4), 226–231. https://doi.org/0.1088/0031-9120/32/4/015

Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics, 66*(1), 64–74. https://doi.org/10.1119/1.18809

Hargreaves, A., & Fullan, M. (2012). *Professional capital: Transforming teaching in every school.* New York: Teachers College Press.

Hellberg, A. (2013). *Så arbetar du med kemikalier i skolan* (5. uppl. ed.). Stockholm: Arbetsmiljöverket.

Hodson, D. (2014). Learning science, learning about science, doing science: Different goals demand different learning methods. *International Journal of Science Education*, *36*(15), 2534–2553. https://doi.org/10.1080/09500693.2014.899722

Högström, P., Ottander, C., & Benckert, S. (2006). Lärares mål med laborativt arbete: Utveckla förståelse och intresse. *Nordina*, *5*, 54–66.

Lager-Nyqvist, L. (2003). Att göra det man kan – en longitudinell studie av hur sju lärarstudenter utvecklar sin undervisning och formar sin lärarroll i naturvetenskap.

Lunetta, V. N., Hofstein, A., & Clough, M. P. (2007). Learning and teaching in the school science laboratory: An analysis of research, theory, and practice. *Handbook of Research on Science Education*, 393–441.

Matthews, M. R. (2014). Pendulum motion: A case study in how history and philosophy can contribute to science education. In M. R. Matthews (Ed.), *International handbook of research in history, philosophy and science teaching* (pp. 19–56). Dordrecht: Springer.

McDermott, L. C. (2006). Preparing K-12 teachers in physics: Insights from history, experience, and research. *American Journal of Physics 74*(9), 758–762.

Nivalainen, V., Asikainen, M. A., & Hirvonen, P. E. (2013). Open guided inquiry laboratory in physics teacher education. *Journal of Science Teacher Education*, *24*(3), 449–474.

Novak, D., & Knowles, J. G. (1992). Life histories and the transition to teaching as a second career.

Nunn, J. (2014). Educational inductive gravimeter. *Physics Education*, *49*(1), 41–49. https://doi.org/10.1088/0031-9120/49/1/41

Osborne, J. (2015). Practical work in science: Misunderstood and badly used? *School Science Review*, *96*(357), 16–24.

Ottander, C., & Grelsson, G. (2006). Laboratory work: The teachers' perspective. *Journal of Biological Education (Society of Biology)*, *40*(3), 113–118.

Sjøberg, S. (2000). *Naturvetenskap som allmänbildning: En kritisk ämnesdidaktik* (A. Claesdotter Trans.). Lund: Studentlitteratur.

Skogh, I. (2001). *Teknikens värld - flickors värld: En studie av yngre flickors möte med teknik i hem och skola* Stockholm: HLS förlag.

Skolverket. (1994). Lpo94. Hämtad 2018-02-09 från
http://ncm.gu.se/media/kursplaner/grund/Lpo94.pdf

Skolverket. (2000). Kursplan i fysik. Hämtad 2017-09-06 från https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/kursplaner-fore-2011/subjectKursinfo.htm?subjectCode=FY2000&lang=sv&tos=gy2000

Skolverket. (2004). *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003: Sammanfattande huvudrapport*. Stockholm: Statens skolverk.

Skolverket. (2011a). Ämnesplan i fysik. Hämtad 2017-09-06 från http://www.skolverket.se/forskola-och-skola/gymnasieutbildning/amnes-och-laroplaner/sok-program-och-amnesplaner/subject.htm?subjectCode=FYS

Skolverket. (2011b). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 TPB.

Skolverket. (2013). It-användning och it-kompetens i skolan. Hämtad 2018-02-09 från
http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3005.pdf%3Fk%3D3005

Skolverket. (2017a). Läroplaner, ämnen & kurser. Hämtad 2017-09-06 från https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/mat

Skolverket. (2017b). Lärportalen för naturvetenskap och teknik. Hämtad 2017-09-06 från https://naturvetenskapochteknik.skolverket.se/#/

Stewart, D. W., Shamdasani, P. N., & Rook, D. W. (2007). *Focus groups: Theory and practice* (2. uppl. ed.). Thousand Oaks, Calif.: Sage Publications.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom* (1st Free Press trade pbk. ed.). New York: Free Press.

Tiberghien, A., Veillard, L., Le Maréchal, J., Buty, C., & Millar, R. (2001). An analysis of labwork tasks used in science teaching at upper secondary school and university levels in several european countries. *Science Education*, *85*(5), 483–508. https://doi.org/10.1002/sce.1020

Trumper, R. (2003). The physics laboratory – a historical overview and future perspectives. *Science & Education*, *12*(7), 645–670.

van den Berg, E. (2013). The PCK of laboratory teaching: Turning manipulation of equipment into manipulation of ideas. *Scientia in Educatione*, *4*(2), 74–92.

Waters-Adams, S. (2006). The relationship between understanding of the nature of science and practice: The influence of teachers' beliefs about education, teaching and learning. *International Journal of Science Education*, *28*(8), 919–944.

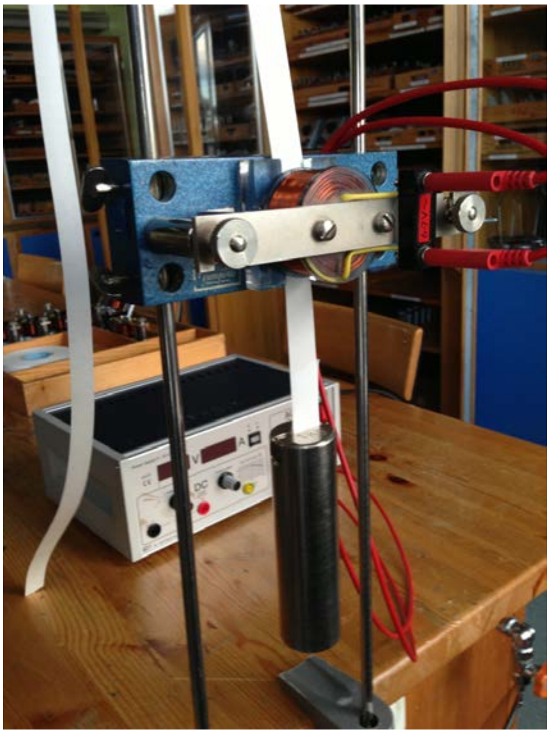
Wellington, J. J. (1998). Practical work in school science. Time for re-appraisal. In J. J. Wellington (Ed.), *Practical work in school science, which way now?* (pp. 3–15). London; New York: Routledge.

Winter, G. (2000). A comparative discussion of the notion of validity in qualitative and quantitative research. *The Qualitative Report*, *4*(3), 4.

Wright, G. H. v. (1983). *Philosophical papers of Georg Henrik von Wright*. vol. 1, Practical reason. Oxford: Blackwell.

Bilaga – Frågeschema

1.

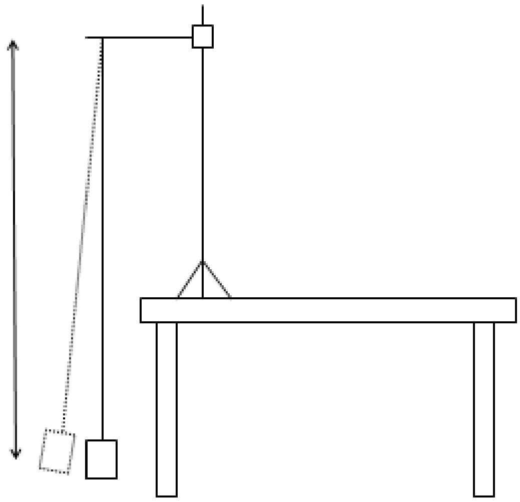


- Vilken laboration är det här?
- Vad tycker ni om den som laboration?
- Använder ni den i laborationsundervisningen? Vad använder ni istället?

2.

- Vilken laboration är det här? Gör ni den?
- Vad tycker ni om den som laboration?
- Vilka av elevens förmågor tränas genom den här laborationen?

3.



- Vilken laboration är det här? Gör ni den?
- Vad tycker ni om den som laboration?

4. Förmåga

- Hur har ni lärt er de laborationer som ni har beskrivit?
- Hur arbetar ni med utvecklingen av laborationsundervisningen?
- Vilken kompetensutveckling har ni fått rörande laborationsundervisningen?

5. Bedömning

- Vilken roll spelar laborationerna för betyget?
- Visste ni att didaktisk forskning har kommit fram till att prestationerna i laboratoriet har liten inverkan på betygsättningen? Vad har ni för tankar kring det?

6. Avslutning

- Vad kännetecknar en bra laboration?

How did you solve it? – Teachers' approaches to guiding mathematics problem solving

Aura Kojo[1], Anu Laine[2] and Liisa Näveri[2]

[1] School of Saunalahti, Espoo, Finland
[2] Faculty of Educational Sciences, University of Helsinki, Finland

This case study focuses on teachers' actions during problem-solving lessons. The aim of this study was to find out how teachers guide students during mathematics problem-solving lessons: What kinds of questions do teachers ask? How do students arrive at solutions to problems? The dataset contained videotaped fourth-grade math lessons in which students solved a mathematical problem. The research reveals that teachers can guide students in numerous ways and possibly in ways that prevent students from searching for their own solution strategies. For this reason, problem-solving exercises alone are not sufficient for teaching problem solving for students, teachers must also be instructed in how to properly guide students. In the conclusion section, we discuss the types of questions that enable teachers to promote active learning in students, which should be the goal of instruction according to the constructive learning theory.

Keywords: problem solving, guiding problem-solving, teachers' questions, active learning, activating guidance

Article details

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 22–40

Received 19 August 2017
Accepted 29 March 2018
Published 6 April 2018
Updated 21 June 2018

Pages: 19
References: 31
DOI:10.31129/LUMAT.6.1.294

Contact: aura.kojo@espoo.fi
www.lumat.fi

1 Introduction

In a fast-changing world, it is difficult to determine what kind of knowledge or skills students will need in the future. Even so, students will likely need to solve complex problems with possibly more than one solution. One approach in problem solving involves helping students develop the type of thinking needed for solving problems rather than simply instructing students on how to solve problems (Hakkarainen, Lonka, & Lipponen, 2008, 14). Problem solving skills do not improve only by listening; the student must be activated. This is called active learning. (Bonwell & Eison, 1991)

Problem solving is a process in which current knowledge is applied in a novel way (cf. Kantowski, 1980). Problem-solving tasks usually involve non-standard problems in which the solver does not instantly know the solution or the correct solving strategy (Pehkonen, 2004). The most common problem-solving strategies are systematic listing, simplification of the problem, finding a pattern, trial and error, deduction, generalisation of the problem, solving the problem backwards, and progressing through a familiar problem (Schoenfeld, 1985; Pólya, 1945; Leppäaho, 2007; LeBlanc, 1977).

Problem-solving tasks alone do not inform the problem-solving process. In school, teachers substantially affect students' problem-solving processes (Pehkonen, 1991, pp. 24–25), and teachers can guide students in many ways (Stigler & Hiebert, 2004). One central goal of teachers should be to develop students' persistence in solving problems. The atmosphere where teachers support students in investigating and finding new solutions or solving strategies can influence students' ability to solve problems (Näveri, Ahtee, Laine, Pehkonen, & Hannula, 2012, pp. 81–82). Developing students' problem-solving skills is one central goal in the Finnish national curriculum for comprehensive schooling and is one central issue in international educational science (National Board of Education [NBE], 2016; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013; Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci, & Rumble, 2012).

In this study, we researched which type of teacher guidance would increase students' ability to solve problems, and also investigated the effects of teacher guidance on students' solution strategies. Our aim was to explore the kind of teacher questioning that promotes active learning in students. The importance and the novelty of this paper is that we make a summary of probing, guiding and factual questions that promote active learning.

2 Theoretical framework

In this section, we discuss problem solving and teachers' role in problem solving based on previous studies.

2.1 Guiding problem solving

Teachers can greatly influence students' progression in mathematical problem solving. Asking the right questions or leading students to think about a particular problem on a higher level can help students' problem-solving experience become more productive (Pehkonen, 1991; Stigler & Hiebert, 2004; Hähkiöniemi & Leppäaho, 2012).

Usually, in a classroom, problem-solving lessons have three different phases: 1) First, the teacher introduces the task by showing the problem and motivating students to work on it. Also, the teacher makes sure that everyone has understood the instructions. 2) Then, students try to solve the task while the teacher helps and supports them. 3) Finally, at the end of the lesson, the ‘looking-back’ phase reviews students’ achievements in solving the task (e.g. Lampert, 2001; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008; Hähkiöniemi & Leppäaho, 2012; Laine, Näveri, Hannula, Ahtee, & Pehkonen, 2011).

While students are solving tasks, teachers should support their mathematical self-confidence by providing positive but also realistic feedback (Linnenbrink & Pintrich, 2003). A teacher can help students by listening to them carefully and by flexibly taking into account their needs. Empathic listening, when practiced by a teacher, helps students to think aloud their own ideas and enables teachers to support students without giving too much advice (Pehkonen & Ahtee, 2006). Sometimes, if a teacher reveals too much information about the problem at hand, a nonstandard problem may turn into a standard task (Tzur, 2008; Swan, 2007).

Ultimately, teachers can guide students in a variety of ways (Pehkonen, 1991; Stigler & Hiebert, 2004). Son and Crespo (2009) studied how 34 prospective teachers analysed hypothetical student solutions in addition to how these teachers responded to students. They found two different types of teacher guidance: *teacher-focused* and *student-focused*. Teacher-focused guidance occurred when teachers considered the hypothetical solutions provided by students, for example, when a teacher commented on what was wrong with students’ solutions or how students could justify or improve their solution. Meanwhile, in student-focused guidance, teachers provided students with opportunities to investigate and to justify the solutions on their own.

Hähkiöniemi and Leppäaho (2012) also studied different levels of teacher guidance as evidenced by prospective teachers’ actions during problem-solving tasks. They found three levels of teacher guidance:

1. Teachers who practiced *surface-level guidance* did not consider meaningful aspects of students’ proposed solutions and instead gave advice or comments that were unrelated to students’ solutions.
2. Teacher who provided *inactivating guidance* noticed relevant aspects of students’ proposed solutions and guided students towards these aspects while simultaneously revealing the right answer.

3. Finally, teachers who employed *activating guidance* noticed relevant aspects of students' proposed solutions, connecting these to the problem at hand while also encouraging students to further explore these aspects.

In this context, the aspects most relevant to problem solving deal with the adequate use of problem-solving methods given the task at hand: these may involve justifying the solution, examining other solutions, generalising or building connections, for example.

Son and Crespo (2009) in addition to Hähkiöniemi and Leppäaho (2012) examined prospective teachers in hypothetical problem-solving situations. In this study, we extended their research by categorising data collected from real elementary classrooms. By doing this we receive information about how their classification works in a real situation.

2.2 Teachers' questions

Teachers often guide students by asking them questions (Harrop & Swinson, 2003). Several types of questions can be asked: some question may ask about facts, while others lead students to think about problems on a higher level (Sahin & Kulm, 2008; Myhill & Dunkin, 2005; Harrop & Swinson, 2003). A large number of studies have researched the questions used by teachers during problem solving (e.g. Sahin & Kulm, 2008; Myhill & Dunkin, 2005; Harrop & Swinson, 2003; Harri, Hähkiöniemi, & Viiri, 2012; Laine, Näveri, Kankaanpää, Ahtee, & Pehkonen, 2014; Martino & Maher, 1999).

Although these studies have categorised teachers' questions in different ways, several main types of questions have also been identified by numerous authors. For example, a teacher may focus on fact-based questions by asking, for example, 'What is five plus five?' Usually, this type of question is close-ended with only one right answer. Another type of questioning is that which leads students to think about problems on a higher level. For example, teachers can ask students to justify the solution. Finally, other teacher questions might focus on helping students to progress, such as 'What could you do next?' Finally, some categories of questioning appear to be out of context, such as those related to the organisation or the management of a lesson.

Table 1 shows how different authors have categorised teacher questions and their relation to one another. The rows denote the categories used by each study, and the columns further unite these the different questions into similar types. The middle columns represent the types of questions that can lead students to thinking about the problem on a higher level and that can help students progress when solving problems.

Table 1. Different categories of teacher questioning during problem solving. The rows indicate the categories identified by different studies, and the columns unite these categories under similar concepts.

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">Fact-based questions</th><th>Questions that promote higher-level thinking</th><th>Questions that help students progress</th><th>Other questions</th></tr>
<tr><td>Sahin & Kulm (2008)</td><td colspan="2">factual questions</td><td>probing questions</td><td>guiding questions</td><td></td></tr>
<tr><td>Harri et al. (2012)</td><td colspan="2">factual questions</td><td>probing questions</td><td>guiding questions</td><td>other questions</td></tr>
<tr><td>Myhill & Dunkin (2005)</td><td colspan="2">factual questions</td><td>speculative questions</td><td>process questions</td><td>procedural questions</td></tr>
<tr><td>Harrop & Swinson (2003)</td><td>of fact</td><td>closed solutions</td><td>open solution</td><td>task supervision</td><td>routine</td></tr>
</table>

Factual or closed-solution questions refer to facts. Myhill and Dunkin (2005) defined these questions as those that invite a predetermined answer. Harrop and Swinson (2003) separated these questions into two categories: 1) *factual* (of fact), or questions that inquire about academic information, and 2) *closed-solution questions*, or questions related to the problem-solving context that only have one right answer.

Guiding, *process* or *task supervision questions* are related to the problem-solving process. *Guiding questions* help students to progress (Sahin & Kulm, 2008). *Process questions* invite students to explain their aloud thinking or learning process (Myhill & Dunkin, 2005). Finally, *task supervision questions* verify that the task is being solved, for example, 'How will you measure that?' (Harrop & Swinson, 2003).

Probing, *speculative* or *open-solution questions* lead students to think on a higher level, for example, 'What could that mean?' or 'What do you think might happen then?' There is more than one right answer to these questions (Sahin & Kulm, 2008; Myhill & Dunkin, 2005; Harrop & Swinson, 2003; Harri, Hähkiöniemi, & Viiri, 2012).

Procedural, *routine* or *other questions* relate to the organisation and the management of the lesson and not specifically to the aims of the lesson. For instance, teachers can ask 'Where are you going?' or 'Can you all see?' (Myhill & Dunkin, 2005; Harrop & Swinson, 2003; Harri, Hähkiöniemi, & Viiri, 2012).

In particular, probing questions are an essential aspect of guiding problem solving. Martino and Maher (1999) studied these questions in greater depth. They found six types of probing questions, including those that 1) estimate students' understanding, 2) direct students' attention to a vague or incomplete part of their argument, 3) cultivate students' interest in the problem, 4) encourage mathematical justification, 5) direct students to examine other students' solutions and 6) encourage generalisation of a solution based on similar problems. These types of questions were also considered in Sahin and Kulm's (2008) category of probing questions, although they placed questions that direct students' attention to vague or incomplete aspects of their argument into the category of guiding questions.

3 Research questions

In this paper, our aim was to discover how teachers guided students during problem-solving lessons in which students were instructed to solve a non-standard problem. We wanted to find out what kinds of questions teachers asked and how students arrived at solutions. Finally, we were also interested in understanding how teachers' guidance and students' solutions were related to one another. Our research questions are as follows:

1. How do teachers guide students during problem-solving lessons?
   (a) What level of guidance do teachers provide?
   (b) What kinds of questions do teachers ask?
2. What kinds of solutions do students produce?

4 Methods

The study is part of the broader Finland-Chile research project financed by the Academy of Finland. This experiment on teacher-guided problem solving focused on an experimental group of teachers and students in the Helsinki metropolitan area. Teachers gave problem-solving lessons to their students once a month on average between the years 2010 and 2013. All lessons were videotaped, and students' solutions were collected. In this study, we focused specifically on how teachers guide students with questions.

The analysis is based on qualitative research methods. We analysed the videotaped problem-solving lessons and the students' solutions to the given tasks by using deductive content analysis (Seale, Gobo, Gubrium & Silverman, 2004). In this study, we specifically researched lessons in which fourth-grade students had to solve a digit-time task. In this non-standard task, the aim was to find times on a 12-hour clock for which the sum of the four digits was six (e.g. 03:03).

All the teachers in this study, Paula, Tina and Mia (pseudonyms), are female and had worked as teachers for several years. Before the problem-solving lesson, the teachers met and discussed their understanding of the given problem task. The teachers could still decide how they wanted to organise the lesson and how they presented the task to the students. They did not receive any advice from the researchers with respect to the central aspects of the problem or how to guide students.

During the 45-minute lessons, one of the researchers (LN) recorded the teachers' work. The videos were then transcribed, and the teachers' questions and guidance were categorised (AK). Finally, two of the researchers (AL & LN) performed a parallel coding of the material.

The teachers' guidance were categorised into the three categories developed by Hähkiöniemi and Leppäaho (2012). The categories are *activating guidance*, in which a teacher guides students to investigate relevant aspects of the problem without revealing the right answer; *inactivating guidance*, in which a teacher notices relevant aspects of students' solutions but at the same time reveals the right answer; and *surface-level guidance*, whereby the teacher does not notice relevant aspects of students' solutions but instead provides comments that are unrelated to students' solutions.

Table 2 presents examples of how teachers' guidance was categorised.

Table 2. Examples of different levels of teacher guidance.

Example	Interpretation	Category
"How can you be sure that you have found all the different number series and their different variations?" (Paula)	The teacher guided the student to investigate the relevant aspects of the task without revealing the right answer.	Activating guidance
"Did you notice that we have to operate with a 12-hour clock? Now, this time is on a 24-hour clock." (Tina)	The teacher noticed the relevance of the student's comment but also revealed why the solution is incorrect.	Inactivating guidance
The student: *"Can this be something like sixty?"* (in reference to minutes) Mia: *"No, I guess. There is maybe too much something there. But you have to work together with Lisa."*	The teacher does not notice the relevant aspects of the student's solution. Instead, she gives comments that are unrelated to the student's solution.	Surface-level guidance

Teachers' questions were categorised into four categories developed by Sahin and Kulm (2008) and Harri, Sironen, Hähkiöniemi and Viiri (2012). *Probing questions* lead students to think about the problem on a higher level. *Guiding questions* help students to proceed with problem solving. *Factual questions* ask about facts yet do not help students proceed. Finally, *other questions* were outside the problem-solving context. Sometimes, teachers asked more than one factual question when those questions helped students to proceed. In this case, the sequence of factual questions was defined as belonging to the category of *guiding questions*. Table 3 present how the teachers' questions were categorised.

Table 3. Sample of teachers' questions

Example	Interpretation	Category
Have you developed a strategy to find these times? (Paula)	This question led the student to think about the problem on a higher level.	probing question
There, you have 00:06, very good. Are there any other options that begin with 00...? (Tina)	This teacher guided the student to investigate relevant aspects without revealing the right answer.	guiding question
Who knows what a 12-hour clock is? (Tina)	This teacher asked about a fact that does not help the student progress towards the solution.	factual question
Jonas, would it be easier to concentrate if you did not sit so close to Oskar? (Paula)	This question was out of context and was related to the organisation of the lesson.	other question

We also categorised students' answers according to the applied solution strategies and the obtained results. We found two types of strategies: systematic listing and trial and error. The students did not use systematic listing all the time. In this case, there were some examples where students found new times that fit the task criteria by simply changing the position of the numbers. In the solutions using trial and error, there was no clear aim or systematic listing. Some solutions also revealed instances where students had tried wrong answers and then erased them.

5 Results

Next, we will present the results. We will start by describing how teachers' lessons were structured and how teachers guided students. Then, we will show what kinds of questions teachers asked and what kinds of solutions students obtained.

5.1 Teachers' guidance

All lessons were 45 minutes long and contained three phases: introduction to the task, solving the task, and reflecting on the task. Depending on the teacher, the emphasis placed on these different phases varied.

Case 1: Paula – Awakener of thinking and active listener

At the beginning of the lesson, Paula briefly introduced the task and carefully explained the concept of a 12-hour clock. Paula also motivated students by telling them that the student with the most correct answers would get a surprise.

Paula's students worked alone while she walked around the classroom and asked questions. She placed emphasis on finding a strategy to solve the task. She asked every student what kind of strategy she or he had used.

> Paula: Oh, you have found already [the solution] many times. What kind of strategy did you use?
> Student: I changed the positions of the numbers.

Paula also made the students think about invalid solutions that used times outside the 12-hour clock. She usually promoted active learning during this inquiry because she did not reveal the right answer.

> Paula: What time of the day do you have here?
> (The student rubs out the answer.)

> Paula: Why is it not valid?
> Student: Because it is afternoon.

Also, the students posed questions to Paula. Usually, Paula answered by posing a counter-question, which led the students to reason the problem by themselves. This is also an example of guidance that encourages active learning.

> Student: Can I organise the same numbers in a different way?
> Paula: Is it the same time, then?
> Student: Yes, I mean, if there is one-four-five and five-four-one, is it okay?
> Paula: If the sum of the numbers is six. Is it?
> Student: No.

Paula's guidance mainly promoted active learning because she directed students' attention to invalid solutions and guided students towards investigating the assignment without revealing answers. Paula also encouraged students to find a solving strategy. In Paula's lesson, the phase of 'solving the task' was emphasised.

Case 2: Tina – Encourager and motivator

Tina started the lesson by showing a chest (a small box) and telling students that the student with the most correct answers could open it. She then briefly introduced the task.

In the task-solving phase, the students worked in small groups while Tina encouraged and motivated the students to find new times. In fact, she was so excited that she sometimes proposed new times to the students.

> Tina: Could you use that 00: and something?
> Student: Hmm...
> Tina: Maybe not anymore. Well, how about if you start with 01? Do you have all those times already? 01:05 – do you have that?

She also once accepted a wrong solution only because she wanted the student to feel successful.

> Tina: Try to find two numbers which sum up to six.
> Student: Can I write o-o-six-o?
> Tina: Well, why not. Actually, it is then o-one-o-o, but you can put that. It is still a very good solution.

Despite her motivation and encouragement, Tina usually guided students in a way that did not promote active learning – she largely noticed the relevant aspects of students' solutions but also often revealed the right answer. In Tina's lesson, positive motivation and joy upon reaching the findings were emphasised.

Case 3: Mia – Idea provider and solution inspector

Mia started the lesson by introducing the task. She took about 20 minutes, much longer than the other teachers. In the introduction, Mia told students what kind of strategy they should use, preventing students from searching for their own solutions. Mia guided the students to list all the different decompositions of the number six and then marked the solutions that corresponded to correct times. This strategy was complicated and difficult.

While students solved the task in small groups, Mia walked around in the classroom and guided the students to use the strategy that she had explained.

> Student: Should we put 0: something . . .
> Mia: Yes, or then you could do like I did earlier – take that six and think about how we can decompose it into four numbers.

She also checked and corrected the students' solutions and suggested new times to the students.

> Mia: I will give you a new one – try to use four-one-one. These numbers, because you can split six like four-one-one. Could you find some good times by using these numbers?

Mia mostly guided the students in way that discouraged active learning because she usually told students what they were supposed to do and then provided them with justifications. Also, surface-level guidance was often provided. Sometimes, she did not notice the relevant aspects of students' solutions but talked about things unrelated to the task.

> Student: Can this be something like sixty . . . ? (talking about minutes)
> Mia: No, I guess. There is maybe too much something over there. But you have to work together with Lisa.

Also, more than once Mia had corrected the students' solutions wrong on the solution sheets, which can also be considered surface-level guiding.

5.2 Teachers' questions

The number and the quality of the teachers' questions varied a lot. Paula asked questions about 50% of the time that she was speaking, while Tina asked questions 33% of the time and Mia only 15% of the time. Table 4 summarises the teachers' questions.

Table 4. Summary of the questions asked by teachers

	Probing questions	Guiding questions	Factual questions	Other questions	Sum
Paula	22 (41%)	18 (33%)	11 (20%)	3 (6%)	54 (100%)
Tina	6 (11%)	13 (24%)	31 (57%)	4 (7%)	54 (100%)
Mia	4 (12%)	6 (19%)	13 (41%)	9 (28%)	32 (100%)

As one can see, Paula mainly asked probing and guiding questions. Tina mainly asked factual questions, while Mia asked factual and other questions. These results are in line with the level of activating guidance provided by the teachers.

Probing questions usually checked the level of students' thinking, for example, 'Have you developed a strategy to find these times?' (Paula). Some questions also guided students to justify their own solutions or to investigate other students' solutions, such as 'Did someone else utilise the summation?' (Tina).

There were also several types of **guiding questions**. Paula mostly asked guiding questions related to solving strategies or invalid solutions, for example, 'Try to find a strategy like Paul did. Could it be easier then?' Unlike Paula, Mia and Tina asked guiding questions whose aim was only to find the next right solution, such as 'Have you used, for example, the numbers four-one-two-o?' (Mia).

Factual questions were usually related to the number of solutions, like 'How many have you found?' (Paula). Also, other factual questions inquired about single times (Tina: 'Do you have one-o-o-five?'), students' work (Mia: 'Have you done this by turns?') or specific conceptions (Tina: 'What does a 12-hour clock mean?').

Mia asked also many questions that were unrelated to the problem-solving context. For example, she asked 'Do you want to stay here?' and 'Are you discussing?' These questions were usually meant to refocus students on the task.

5.3 Students' solutions

We found two types of students' solving strategies: systematic listing and trial and error. All of Tina's students and almost all of Paula's students used the systematic solving strategy. Roughly half of Mia's students did not use the systematic solving strategy. The first picture represents a solution using systematic listing and the second picture a solution where the student has tried numerous options.

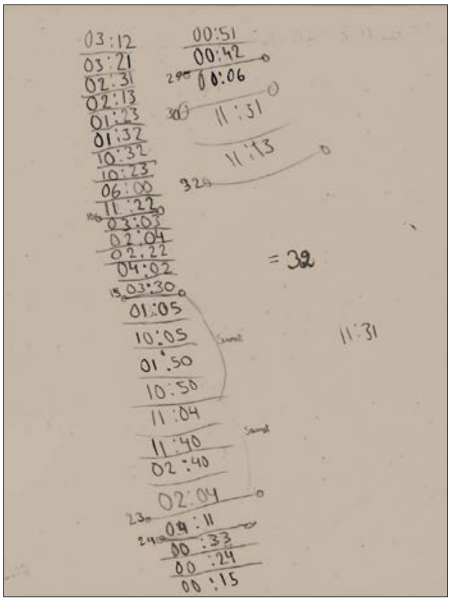


Figure 1. A solution sheet using systematic listing with 31 correct solutions.

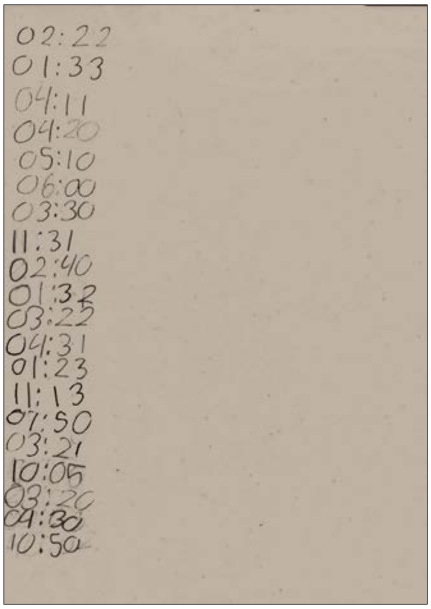


Figure 2. A solution sheet using trial and error with 17 correct solutions.

In total, 38 correct solutions exist for the given task. None of the students was able to find all of the correct times. Tina's and Mia's students worked in pairs. Paula's students worked alone. The average number of correct solutions was highest among Tina's students, the average being 26. Paula's students had almost equally good results, 24 right solutions on average, whereas the corresponding number for Mia's students was 20.

Variation in the number of right solutions was highest among Mia's students (12–35). The number of right solutions varied a little less among Paula's and Tina's students' (the ranges being 15–31 and 23–35, respectively).

5.4 Summary of the results

We studied three different teaching styles employed by teachers to guide problem solving. We also studied how students arrived at solutions and whether these were correct. Table 5 summarises the levels of guidance provided by teachers, the type of questions asked by teachers and the number of correct solutions provided by students.

Table 5. Summary of the main results per teacher

	Paula	**Tina**	**Mia**
Guidance level	Mainly activating	Mainly inactivating	Mainly inactivating and surface-level
Teachers' most-used questions (2 categories)	probing questions: 22 (41%) guiding questions: 18 (33%)	factual questions: 31 (57%) guiding questions: 13 (24%)	factual questions: 13 (41%) other questions: 9 (28%)
Mean number of correct student solutions	24	26	20
Range of correct student solutions	15–31	23–35	12–35

The solutions of Mia's students varied a lot: one group had 35 right answers, but more than half of the groups had less than 20. Although Mia revealed the solving strategy to the students, the results were not as good as those of the other two teachers. Mia's solving strategy was complicated, so the students with the best scores did not actually use it.

Paula and Tina asked many more questions than Mia. Their students also got good results. However, Tina asked a lot of questions, which helped her students to find new times, and she sometimes even revealed right answers to the students. Paula helped and encouraged the students in an active way, enabling them to find a solving strategy. She did not only emphasise finding the correct times.

One clear difference among the students' solutions per teacher was the number of wrong solutions. Mia's and Tina's students listed many wrong solutions, but Paula's students had only a few wrong solutions. This supports Paula's frequent direction of students' attention to invalid solutions. Also, unlike Mia and Tina, Paula carefully explained the concept of the 12-hour clock, which played a central role in this task.

According to the students' solutions (Table 5), the use of a systematic solving strategy seems to affect the number of correct solutions. Sometimes, a more systematic solving strategy was evident after students had listed several solutions by trial and error. Thus, a sufficient time frame is necessary for students to solve problems and to encounter the correct strategy. Sometimes, the solving process has to be restarted from the beginning, which takes a lot of time.

6 Discussion

Students' positive results are not always good indicators of students' learning. Therefore, it is important to consider the learning process from different perspectives (cf. Tzur, 2008; Swan, 2007). This study is in an agreement with previous studies that an introductory phase prior to problem solving is important in order to carefully explain to students the relevant concepts surrounding a task (cf. Näveri et al., 2012). Moreover, teachers must be careful not to reveal the solving strategy to students or help them too much because this can turn a nonstandard problem into a standard task (cf. Stigler & Hiebert, 2004; Tzur, 2008; Swan, 2007). Thus, the best method could be that the teacher carefully introduce the task and then guide students depending on their level.

According to this study, there is a connection between the number of teacher questions and the level of guidance provided by teachers (cf. Sahin & Kulm, 2008; Hähkiöniemi & Leppäaho, 2012). The teacher who asked many probing and guiding questions also guided students in a way that promoted active learning, while the teacher who asked fewer questions did not guide students in an active way.

However, the number of questions asked does not necessarily equate activating guidance; the quality of the questions also matters. Based on this study, we made a summary of questions that can help teachers properly guide students in order to promote active learning (Table 6). This broadens the understanding of teachers' questions. All the guiding questions do not activate the students' thinking and some factual questions can promote active learning.

Table 6. Teacher questions for promoting active learning (All the examples are from this study.)

	Example	Notes
Probing questions	'How did you solve this?' 'What is the strategy you have used?' 'How did you end up with this solution?'	- Usually lead students to explain their own thinking or ideas. - Indicate that the teacher is interested in students' ideas.
Guiding questions	'What could you solve next?' 'What is said in the assignment?' 'What does this mean? Why do you think it is not valid?'	- Should direct students' attention to invalid solutions but also ask students to justify their thinking. - Can include counter-questions that lead students to think about the problem in new ways or to justify the solution – these are a valid response when students ask questions related to the task.
Factual questions	'How far have you progressed?' 'How many solutions have you found?'	- Can motivate students because they indicate that the teacher is interested in the students' work. - Alone do not promote active learning because they do not encourage students' independent thinking to progress.

Activating probing questions usually lead students to explain their own thinking or ideas. Generally, students must answer these questions with more than one word. These questions also indicate that the teacher is interested in the students' ideas, for example, 'How did you solve this?'

Activating guiding questions encourage students to progress without revealing the answer. If a teacher guides students' attention to invalid solutions, then the teacher should also ask why the solution is not valid. Moreover, if a student inquires a teacher about something, the teacher can ask a counter-question that leads the student to think about the problem in a new way or to justify the solution.

Activating factual questions motivate students because they indicate that a teacher is interested in students' work. However, these questions alone do not correspond with activating guidance because they do not encourage students to progress in their thinking process.

Because the amount of research data considered in this study is not very large, it is not possible to make generalisations. It is also important to remember that in real classroom situations many things in addition to teachers' guiding and questions affect students' actions. That is why students might have problems in the task despite of the teacher's guiding.

In the future, it would be interesting to study how the results of teacher guidance might change if teachers are instructed to consciously ask more questions that would promote active learning. We would also like to understand how such a change would influence students' work, particularly their solutions and attitudes towards mathematics.

References

Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M., & Rumble, M. (2012). Defining twenty-first century skills. In P. Griffin, B. McGaw & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17–66). Dordrecht: Springer.

Bonwell, C. & Eison, J. (1991). Active Learning: Creating Excitement in the Classroom AEHE-ERIC Higher Education Report No. 1. Washington, D.C.

Hakkarainen, K., Lonka, K., & Lipponen, L. (2008). *Tutkiva oppiminen. Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjinä*. Helsinki: WSOY. (Exploratory learning. Sense, sensibility and culture as a spark of learning.)

Harri, R., Sironen, S., Hähkiöniemi, M., & Viiri, J. (2012). Opetusharjoittelijoiden tutkivan matematiikan tunneilla esittämät kysymykset ja uskomukset niiden taustalla. (Prospective teachers' questions and beliefs during inquiry math lessons.) In H. Krzywacki, K. Juuti & J. Lampiselkä (Eds.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja* (Vol. 2, pp. 13–28). Helsinki: Unigrafia Oy.

Harrop, A., & Swinson, J. (2003). Teachers' questions in the infant, junior and secondary school. *Educational studies, 29*(1), 49–57.

Hähkiöniemi, M., & Leppäaho, H. (2012). Prospective mathematics teachers' ways of guiding high school students in GeoGebra-supported inquiry tasks. *The International Journal for Technology in Mathematics Education, 19*(2), 45–58.

Hähkiöniemi, M. (2012). Japanilaista matematiikkaa. (Japanese mathematics.) In P. Tikkanen (Ed.), *Oppilas omaa matematiikkaansa rakentamassa opettajan ohjaamana. Varga—Neményi -kesäseminaar*i (Vol. 201, pp. 9–18). Espoo: Varga–Neményi -yhdistys ry.

Kantowski, M. G. (1980). Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. In S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem Solving in School Mathematics* (pp. 195–203). NCTM Yearbook 1980. Reston (VA): Council.

Laine, A., Näveri, L., Hannula, M., Ahtee, M., & Pehkonen, E. (2011). Opettajan toiminnan yhteys oppilaiden ongelmatehtävän ratkaisemiseen. (The influence of teacher's action on students' problem solving process.) In E. Yli-Panula, A. Virta & K. Merenluoto (Eds.), *Oppiminen, opetus ja opettajaksi kasvu ainedidaktisen tutkimuksen valossa Turun ainedidaktisen symposiumin esityksiä 11.2.2011* (pp. 103–114). Turun yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Laine, A., Näveri, L., Kankaanpää, A., Ahtee, M., & Pehkonen, E. (2014). Teachers' and fourth graders' questions during a problem-solving lesson. In A. Ambrus & É. Vásárhelyi (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Education: Proceedings of the 15th Pro Math conference* (pp. 124–135).

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven: Yale University Press.

LeBlanc, J. F. (1977). *You can teach problem solving. Arithmetic Teacher*, *25*(2), 16–20.

Leppäaho, H. (2007). *Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi.* Jyväskylä: Jyväskylä University Printing House. (Teaching of mathematical problem solving in elementary school. Development and evaluation of problem solving course.)

Linnenbrink, E. A., & Pintrich, P. R. (2003). The role of self-efficacy beliefs in student engagement and learning in the classroom. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, *19*(2), 119–137.

Martino, A., & Maher, C. (1999). Teacher questioning to promote justification and generalization in mathematics: What research practice has taught us. *Journal of Mathematical Behavior*, *18*(1), 53–78.

Myhill, D., & Dunkin, F. (2005). Questioning learning? *Language in Education, 19*(5), 415–427.

National Board of Education (NBE, 2016). National Core Curriculum for Basic Education 2014. Finnish National Board of Education. Porvoo, Finland: Porvoon Kirjakeskus Oy.

Näveri, L., Ahtee, M., Laine, A., Pehkonen, E., & Hannula, M. S. (2012). Erilaisia tapoja johdatella aritmogon-tehtävän ratkaiseminen alakoulun kolmannella luokalla. (Different ways of guiding aritmogon-task in a third grade of the elementary school.) In H. Krzywacki, K. Juuti & J. Lampiselkä (Eds.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja* (Vol. 2, pp. 81–98). Helsinki: Unigrafia Oy.

Organisation for Economic Co-operation and Development. Publishing (OECD, 2013). OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills. OECD Publishing.

Pehkonen, E. (1991). *Probleemakentät matematiikan opetuksessa. Osa 2: Opettajankouluttajien käsityksiä probleemanratkaisun opettamisesta matematiikassa.* (Branches of problem solving in mathematics teaching. Part 2: Opinions of teachers' instructors about teaching mathematical problem solving.) Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia Vol. 98. Helsinki: Yliopistopaino.

Pehkonen, E. (2004). State-of-the-Art in Problem Solving: Focus on Open Problems. In H. Rehlich & B. Zimmermann (Eds.), *Pro Math Jena 2003. Problem Solving in Mathematics Education* (pp. 93–111). Hildesheim: Verlag Franzbecker.

Pehkonen, E., & Ahtee, M. (2006). Levels of teachers' listening in working with open problems. In T. Kántor (Ed.), *ProMath Debrecen 2005: Problem Solving in Mathematics Education* (pp. 63–74). Institute of Mathematics, University of Debrecen, Hungary.

Pólya, G. (1945). How to solve it. A new aspect of mathematical method. Princeton (NJ): Princeton University Press.

Sahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of mathematics teacher education, 11*(3), 221–241.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. London: Academic Press.

Seale, C., Gobo, G., Gubrium, J. F., & Silverman, D. (2004). *Qualitative research practice.* London: SAGE.

Son, J. W., & Crespo, S. (2009). Prospective teachers' reasoning and response to a student's non-traditional strategy when dividing fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *12*(4), 235–26.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313–340.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership, 61*(5), 12–17.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*, 217–237.

Tzur, R. (2008). A researcher perplexity: why do mathematical tasks undergo metamorphosis in teacher hands? In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (Eds.), International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 1 (pp. 139–146). Morelia: Mexico.

Parental engagement in children's STEM education. Part I: Meta-analysis of the literature

Marina Milner-Bolotin and Carlos C. F. Marotto

The University of British Columbia, Canada

This paper presents a meta-analysis of the literature on parental engagement with children's formal and informal science, technology, engineering and mathematics (STEM) education. Five recurrent themes have emerged from the literature review: The challenges of supporting parents with children's STEM education; STEM education as a bridge between school and family; STEM education as a gateway for children's future economic success; STEM education as a vehicle for promoting student communication skills; and, the role of hands-on inquiry-based activities in enhancing student engagement. We also outline some international informal STEM education initiatives, their scope, challenges, and impact.

Keywords: formal STEM education, informal STEM education, parental engagement, STEM education, STEM outreach

Article details

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 41–59

Received 10 August 2017
Accepted 16 March 2018
Published 13 April 2018
Updated 21 June 2018

Pages: 19
References: 74
DOI: 10.31129/LUMAT.6.1.292

Contact:
marina.milner-bolotin@ubc.ca
www.lumat.fi

1 Introduction

> *Trying to educate the young without help and support from home is akin to trying to rake leaves in a high wind.* (Wolfendale & Morgan, 1992)

The value of parental engagement in children's education is so self-evident that despite the existing literature it is too often overlooked or taken for granted by researchers, educators, and educational administrators (Green, Walker, Hoover-Dempsey, & Sandler, 2007; Hango, 2007; Harris & Goodall, 2008; Let's Talk Science, 2015). And yet, as the literature review below indicates, not all parents possess the necessary knowledge and skills to support their children's education (Ogbu, 1987). Those parents whose support might be the most crucial for the children, i.e., immigrant and minority parents or parents with limited education, too often lack the required knowledge and skills for supporting their children (Suárez-Orozco, 2003). They also experience considerable difficulties in communicating with the teachers and school administrators, thus facing challenges with bridging the home-school gap and learning about their children's educational experiences (Wolfendale & Morgan, 1992). As a result, these families rarely take full advantage of the opportunities offered by their children's schools (formal education) or informal educational opportunities offered outside of school (Bell, Lewenstein, Shouse, & Feder, 2009; Ruiz-Primo, 2011). This especially applies to Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) education in the developed countries where a significant percentage of parents have limited STEM knowledge and (or) might hold negative attitudes about STEM (Fine, 1993; Ing, 2014; Kaya & Lundeen, 2010; Let's Talk Science, 2015; Perera, 2014). To exacerbate the problem, a growing number of parents in the developed countries have a limited mastery of the language used in their children's K-12 schooling, thus restricting parents' ability to support their children in meaningful STEM learning (Gibson, 1987).

This paper is the first one in a two-paper series focussing on exploring how parents can be encouraged and supported in engaging with their children's STEM education. The focus on parents and on informal STEM education addresses the need for a comprehensive solution to the problem of student growing STEM disengagement that plagues many modern Western societies (Hathaway & Kallerman, 2012; Let's Talk Science, 2013; OECD, 2016; The National STEM Learning Network, 2017). Therefore, a current literature review coupled with the examination of the worldwide efforts aimed at increasing and supporting parents with their children's STEM education is timely. It sheds light on several relevant international initiatives and highlights research evidence about their effectiveness for increasing student STEM engagement. This study will provide much needed evidence for suggesting viable solutions to educators, educational administrators and community leaders for supporting parents with their children's STEM education that will be relevant to many countries.

Thus, the goal of this paper is to describe the international literature on parental engagement in children's STEM education and to distill major themes that stand out in this ever-growing body of research. The follow-up paper puts these findings into a Canadian context through describing a study that investigated the barriers and catalysts of parental engagement in children's STEM education. As Frank Westheimer, a late Harvard chemistry professor, once noted, "A couple of months in the laboratory can frequently save a couple of hours in the library" (AZquotes, 2018). To the best of our knowledge, there is no recent international study examining the existing literature on parental involvement in children's STEM education. Therefore, an up-to-date examination of the literature is needed as the first step in addressing this problem.

1.1 Motivation for studying parental engagement in children's STEM education

Lately, STEM education has received worldwide attention for economic, social, and political reasons (DeCoito, 2016; The Royal Society Science Policy Centre, 2014; USA National Research Council, 2013). As Rush Holt, the CEO of the American Association for the Advancement of Science, recently noted during the keynote address at the annual meeting of the American Physics Society "Science is not just for scientists" (Gaal, 2017). Although Canadian students have been scoring above average in the Programme for International Student Assessment (PISA) since 2006, their performance in science has not shown any significant improvement and their performance in mathematics has declined over the same period (OECD, 2016). Furthermore, according to PISA, in Canada only half of the top-performing students in science see themselves working in science-related careers (Schmidt & Parkin, 2016). This will clearly not satisfy Canada's need for STEM-oriented workforce if the country is to remain on the forefront of technological innovations (Let's Talk Science, 2013, 2017a).

Similar developments have been taking place for decades in other countries. For example, extensive research evidence shows that in Europe, a large number of STEM professionals are required, but not enough students are interested in pursuing STEM-related careers (European Commission, 2004, 2006; Krapp & Prenzel, 2011; OECD, 2008). Moreover, there is a growing body of research evidence that STEM education at elementary level has a strong impact on the formation of students' attitudes towards STEM-related subjects and consequently on their engagement with STEM (Perera, 2014). For example, according to Zan (2016), the early exposure to STEM is critical for fostering and sustaining student participation, interest and agency in engineering and science. It is also well established that parents play a crucial role in their children's STEM education (Ing, 2014; Perera, 2014). However, to the best of our knowledge, little is known about how to support parents in engaging their elementary-school children with STEM-related activities.

The overarching goal of this study is to learn what motivates parents to engage their children with STEM-related activities and how the parents can be supported during this process. This research explores parental attitudes and responses to STEM-related activities during a public outreach event at the University of British Columbia (UBC), "Family Mathematics and Science Day" (Milner-Bolotin, 2018a; Milner-

Bolotin & Milner, 2017). Family Mathematics and Science Day is an open house annual math and science celebration at the UBC Faculty of Education. This family-oriented event was founded in 2010 and has attracted hundreds of guests from all over the Greater Vancouver Area. More than 50 teacher-candidates participate in it annually. The event's goals are: a) to engage elementary teacher-candidates, many of whom have limited STEM knowledge, in STEM communication to visitors to improve teacher-candidates' attitudes about STEM; b) to model effective STEM outreach for secondary STEM teacher-candidates; c) to build bridges between the Faculty of Education and the community; and d) to engage teacher-candidates, graduate students, and faculty in creating freely available STEM education resources.

1.2 International projects supporting parents with their children's STEM education

In this section, we draw upon some relevant international initiatives aimed at addressing STEM challenges and at encouraging and supporting parents, families and other stakeholders to engage with their children's formal and informal STEM education. Our decision to include these initiatives was based primarily on three factors: the focus of the activities on parental STEM engagement, their location (Canada, USA, UK, and Finland), and the research evidence for their effectiveness. We decided to focus on these four countries for a reason. Being located in Canada, we have extensive experience with the "local" STEM outreach and are aware of the nature of parental involvement in STEM education in Canada and USA (Milner-Bolotin & Johnson, 2017). We also had prior collaboration with our UK colleagues and were aware of similar problems in that country. Thus, it was important for us to explore what had been done to engage parents in children's STEM outreach there. Finally, our decision to include Finland was based on our experience and knowledge of the STEM education initiatives, such as LUMA Centre Finland (LUMA Centre Finland, 2018).

The choice of these countries was also interesting from the perspective of PISA, as Finland and Canada consistently perform significantly above the average, while the other two countries do not (OECD, 2016). In addition, all these countries have a significant number of immigrant families, thus the parents there, might face similar problems with engaging their children in STEM. Finally, we only included the initiatives that have a multi-year history and where some reliable research evidence of their effectiveness has been collected. A brief overview of those initiatives is provided in Table 1. While this list is not an exhaustive one, it shows a range of various international initiatives aimed at engaging parents in STEM education of their children.

Table 1. Selected International Projects Aimed at Supporting Parents with Children's STEM Education.

Project (source)	Country	Brief description
Let's Talk Science (2017a)	Canada	STEM outreach organization; provides materials for students, teachers and parents.
Canada 2067 – The Science of a Successful Tomorrow (Let's Talk Science, 2017a)	Canada	A nationwide project; provides STEM materials for students, teachers and parents.
Family Mathematics and Science Day (Milner-Bolotin & Milner, 2017)	Canada	Annual open house family-oriented event where teacher-candidates from the UBC Faculty of Education engage with STEM activities with the community.
Science & Math Education Videos for All (Milner-Bolotin, 2018b)	Canada	Educational STEM videos of hands-on experiments for teachers, parents and students.
StarT (LUMA, 2017)	Finland	Based at the University of Helsinki, an international network of learning communities promoting STEM education.
Science is for Parents Too (Leach, 2017)	UK	STEM-related courses for parents at the University of York.
The National STEM Learning Network https://www.stem.org.uk/	UK	Comprehensive list of materials and resources for parents, students and educators.
Parent Partners in School Science (PPSS)	USA	NSF-funded project, provides teachers, parents and children from three Philadelphia elementary schools opportunities to engage in STEM-related activities.
English-Spanish Family Guide to Science (AAAS, 2013)	USA	AAAS-NSF-funded English-Spanish bilingual Family Guide to Science.
Equals and Family Math (Lawrence Hall of Science, 2017)	USA	Math courses, workshops and curricular materials for K–12 teachers, parents, families, and community members (English/Spanish).
Family Science (Foundation for Family Science, 2017)	USA	Family-oriented science-related activities (English/Spanish).
Techbridge Girls (Techbridge, 2017)	USA	Science guides for families (English/Spanish/Chinese).

2 Literature review

The importance of meaningful engagement of the next generation of students in

STEM has been discussed widely in Canada and internationally (Bybee, 2013; Let's Talk Science, 2012, 2013, 2017a; USA National Research Council, 2013). Today the value of STEM education has become even higher with the developing countries facing a growing economic divide between the rich and the poor, increasing immigration and economic uncertainty for the new immigrants and for the local population, the lack of qualified STEM professionals, and the growing importance of problem solving and critical thinking skills in the modern society (British Columbia Ministry of Education, 2015; Chachashvili-Bolotin, Milner-Bolotin, & Lissitsa, 2016; DeCoito, 2016; Milner-Bolotin & Johnson, 2017; Ontario Ministry of Education, 2014; The National STEM Learning Network, 2017). At the same time, there is research evidence that families play a crucial role in children's education (Dabney, Tai, & Scott, 2015; Dierking & Falk, 1994; Perera, 2014) and parental engagement in children's STEM education can mediate the negative effective of socio-economic disadvantage (Hango, 2007). Moreover, in the last few decades, there were many new initiatives, some of them are country-wide, that aimed at engaging entire families in STEM (LUMA Centre Finland, 2018; Miller, 2017; Milner-Bolotin & Milner, 2017). However, for this study we decided to limit our search to the peer-reviewed papers published in high-impact journals (or by the notable STEM or STEM-related educational organizations) that specifically focus on different kinds of parental engagement with children's learning in or out of school STEM learning. The papers that were included in this analysis were found through the search in the educational databases such as ERIC and Google Scholar, through the references in the national STEM education documents, as well as the references in the peer-reviewed papers found earlier. While we reviewed hundreds of documents, we have limited this analysis only to the papers that matched our criteria.

In this study, parental engagement entails activities conducted by parents or family members, such as homework support, attending school meetings, volunteering at school, and participating in STEM-related activities in and out of school. Through the analysis of the literature focussed on parental engagement with their children's education, the following five themes have emerged: Parental engagement in children's STEM education; STEM education as a bridge between school and family; STEM education as a gateway for children's future economic success; STEM education as a vehicle for promoting student communication skills; and hands-on inquiry as a vehicle for enhancing student STEM engagement. Below we briefly outline each one of these themes.

2.1 Challenges of supporting parents with children's STEM education

There is a strong consensus amongst researchers about the benefits of parental engagement with their children's education (Barton, Drake, Perez, St Louis, & George, 2004; Green et al., 2007; Harris & Goodall, 2008; Kaya & Lundeen, 2010; Let's Talk Science, 2015; Perera, 2014). Parents have a positive influence on children's motivation to learn and consequently on their academic achievement (Cheung & Pomerantz, 2012; Kuperminc, Darnell, & Alvarez-Jimenez, 2008). In line with that, extensive research evidence indicates that parental involvement has a positive impact on their children's STEM engagement and consequently on their achievement (Ing, 2014; Let's Talk Science, 2015; Perera, 2014).

However, not all parents who want to support their children in STEM education know how to do that (Leach, 2017; Let's Talk Science, 2015). There are at least two reasons for that. First, parents might have limited STEM knowledge relevant to children's school curriculum. Second, some parents, especially immigrant parents, might experience a language barrier, preventing them from supporting their children. This is especially relevant to parents who themselves might have limited (STEM) education or are new to the educational system experienced by their children, such as the parents who are immigrants, foreign workers or international students.

2.1.1 Supporting parents with limited STEM education

Given the importance of parental engagement with their children's STEM education, there have been many attempts by educators in public, private, governmental and non-governmental agencies to create resources for parents. Below we describe three of these initiatives aimed at facilitating parental involvement in their children's STEM education.

Let's Talk Science is a charitable Canadian organization focussing on promoting STEM education and outreach. It provides a comprehensible list of activities to encourage parents to exert a greater influence on their children's STEM education (Let's Talk Science, 2017b). Moreover, a Canadian nationwide project, Canada 2067 – The Science of a Successful Tomorrow (Let's Talk Science, 2017a), has been created to develop an action plan and a national vision for STEM learning. On their official website, there is an entire section devoted to informing parents about how and why they should support their children's STEM education.

Science is for Parents Too is an initiative from the University of York in the UK. In 2013, STEM educators created a set of science courses for parents, who might have limited knowledge, called "Science is for Parents Too" (Leach, 2017). The courses aim at teaching parents the science their children are learning at school. The 2014–2015 course final assessment report indicates an increase in parental knowledge of and confidence about science. It also shows that "*[a] greater proportion of children whose parents attended the courses would like to be a scientist after the course compared to the control group*" (West, 2015, p. 1).

Science & Math Education Videos for All is a collection of short educational videos relevant to K-12 STEM curriculum showing hands-on experiments that teachers, parents and students can perform at school or at home (Milner-Bolotin, 2018b). These videos are hosted on a YouTube channel. They include STEM experiments, conceptual explanations of the phenomena behind these experiments, and additional resources and activities. The resource was originally created to support future STEM teachers and inspire them to engage their students in STEM in a meaningful way. However, many parents have found it useful as well.

2.1.2 Supporting parents with limited language proficiency

An additional challenge to parental engagement with children's STEM education in societies with high proportion of immigrants is the language barrier. In the United States, the most spoken unofficial language is Spanish. To facilitate and encourage Spanish-speaking families to engage with science, Partnership for Science Literacy, a project co-funded by the American Association for the Advancement of Science (AAAS) and the National Science Foundation, has published a bilingual English-Spanish Family Guide to Science (AAAS, 2013).

Some other options to Spanish speakers in the USA include: Equals and Family Math, Family Science, and Techbridge Girls. *Equals and Family Math* offers several programs, workshops and curricular materials in mathematics for K–12 teachers, parents, families, and community members at the Lawrence Hall of Science, University of California, Berkeley (Lawrence Hall of Science, 2017). *Family Science* offers online and book activities (Foundation for Family Science, 2017). *Techbridge Girls*, in addition to English, produces science guides in Spanish and Chinese (Techbridge, 2017). Similar efforts are undergoing in other countries.

As mentioned above, supporting parental involvement in their children's STEM education is important to opening future opportunities for the students. It also helps family members to establish a common ground for productive and meaningful interactions through having interesting topics for discussion (Let's Talk Science, 2015). This opens doors for bridging the home-school gap.

2.2 STEM Education: A bridge between school and family

School-related projects, homework assignments, and visits to science centres open additional opportunities for positive STEM-related interactions between children and family members (Rodari, 2009; Vartiainen & Aksela, 2013). Science clubs for children offered outside of school is another example of activities helping engage families in science. According to the study by Vartiainen and Aksela (2013), parents and guardians of the 3–6 year old children who attended the science club at the University of Helsinki wanted to discuss science at home with their families and often brought up the characters from the science activities in the discussions. Moreover, family members of these children have reported that their children's interest towards science was raised as a result.

Given the importance of parental involvement and participation with their children's education, The Franklin Institute (TFI), a major US Science Museum, developed and implemented Parent Partners in School Science (PPSS) (Luke & Foutz, 2007). This project, funded by the National Science Foundation, provided teachers, parents and children from three Philadelphia elementary schools with opportunities for engaging in STEM-related activities at school, at home and in the community. According to McCreedy, and Luke (2006), PPSS was beneficial to children, parents and teachers alike. As a consequence of the initiative, teachers felt more confident and comfortable teaching science and even began teaching it more frequently. Parents, in turn, reported that PPSS's legacy sparked children's interest in science. Parents and teachers felt that their relationship improved because of PPSS.

STEM-related homework assignments are shown to be an inviting way to foster parent-child collaboration and interaction. This facilitates parental engagement with their children's STEM education (Kaya & Lundeen, 2010; Solomon, 2003), thus bridging the home-school gap. Science centres, science museums, botanical gardens, aquariums etc., are venues that provide family members with opportunities that facilitate not only cognitive learning, but also address social and emotional domains

(Briseno-Garzon & Anderson, 2012; Dierking & Falk, 1994; Sanford, 2010). Borun, Chambers and Cleghorn (1996) identified the following behaviours as indicative of family learning in science museums: asking and answering questions, commenting on the museum exhibit, reading exhibit labels silently and aloud, pointing to an exhibit, or even physically interacting with it.

Another venue for bridging the home-school gap is to encourage parents to discuss future career prospects in STEM-related areas with their children (Let's Talk Science, 2015). This is emphasized by STEM educators and outreach organizations as we will show below.

2.3 STEM education: A gateway for children's future economic success

Ample research evidence suggests that many parents want to support their children in STEM studies because STEM-related careers may bring economic opportunities for their children's future prosperity (Ayalon & Yuchtmann-Yaar, 2003). For example, Canadian parents see STEM-related careers as attractive prospects for their children, yet only a small percentage of the parents (28 %) actually discusses the value of STEM education with their children (Let's Talk Science, 2015). UNESCO highlights STEM education as a contributing factor for equipping young people for the job market. It states:

> All schools and schooling systems accept that part of their role is to prepare children for the world of work, sometimes implicitly and, more and more, explicitly. To achieve this aim, school systems and their stakeholders will see that affective and motivational aspects of science learning are important not only in the classroom, but also in the wider societies. (UNESCO, 2012, p. 12)

STEM education needs to be emphasized to address the shortage of STEM workers in many developed and developing countries. According to BQ portal supported by the German Federal Ministry for Economic Affairs and Energy (2013), many countries, including Germany, USA, Japan and Brazil, are reforming their immigration policies to attract STEM workers. This has become one of the big news items in many countries around the world. According to European Centre for the Development of Vocational Training (Cedefop), STEM professionals are among the top five skill shortage occupations across the European Union (EU) (Cedefop, 2017). According to EU Skills Panorama 2014 Report (ICF and Cedefop, 2014), there was consistent numerical and percentage growth from 2003 to 2013. This growth is expected to continue from 2013 to 2025. "Over one million additional science and engineering jobs are expected to be created from 2013 to 2025; meaning that, by 2025, science and engineering professionals will comprise 3% of the total EU-28 workforce (7.7 million workers)" (ICF and Cedefop, 2014, p. 2). The 2014 Report states that STEM professionals need a wide range of knowledge and skills including: complex problem solving, judgement and decision making, research skill, mathematics, active learning, listening and comprehension, and communication skills. The latter is, in fact, essential for local and immigrant students and professional, as will be shown below.

2.4 STEM education as a vehicle for promoting student communication skills

Effective STEM education is facilitated in a dialogic environment where learners are encouraged to cooperate with others, state claims, negotiate strategies for problem-solving and come to a consensus. This requires effective communication by educators and learners (DeVries & Zan, 2012; Johnston, 2012; National Research Council, 2012). Communication skills are crucial for students to become proficient STEM learners as they need to ask questions, plan and carry out investigations, analyze and interpret multi-faceted data (e.g., graphs, figures, charts), construct explanations, propose solutions, and engage in evidence-based argumentation (National Research Council, 2012). This is equally true for native and non-native English speakers (Cohen & Urry, 2007; Fawcett & Garton, 2005; Mashburn, Justice, Downer, & Pianta, 2009; Van Meeteren, 2016).

As mentioned earlier, family visits to science centres are great opportunities for emotional, social, and cognitive learning (Suter, 2014). Therefore, children and family members need appropriate language skills to communicate ideas to address emotional, social and cognitive domains. Ash (2004) identified linguistic English-Spanish code-switching among family members during the science-oriented discussions inspired by the family visit to an aquarium in California. For students and parents whose first language is not English, communicating STEM ideas can help them to acquire the English language in a meaningful way (McCreedy & Luke, 2006; Oliveira & Lan, 2014). This is particularly relevant to countries such as Canada that receive many immigrant and refugee families.

2.5 Hands-on inquiry: A vehicle for enhancing student STEM engagement

In the 20th century, inquiry-based science education was promoted by several influential educators, including Dewey (1938), Schwab (1966), and DeBoer (1991). In contrast to the traditional fact-driven teaching approach, inquiry-based STEM education uses a science method as a key pedagogical strategy. In inquiry-based STEM classrooms, students are asked to pose questions, design experiments, collect, analyze and interpret data, and draw their own conclusions (British Columbia Ministry of Education, 2015). There is ample research evidence that inquiry-based education also promotes parental involvement in both formal (Mousoulides, 2013; Zwiep & Straits, 2013) and informal STEM learning environments (Dabney et al., 2015; Rodari, 2009). This might be one of the reasons why the emphasis on inquiry-based teaching has become a prominent feature of contemporary educational reforms (British Columbia Ministry of Education, 2015; USA National Research Council, 2013).

In addition to inquiry-based activities, demonstrations, and hands-on experiments have shown to be effective ways to reach out to parents and students alike, especially in informal settings, such as STEM centers, museums and public outreach events (Milner-Bolotin, 2011). For example, “Family Mathematics and Science Day” at the University of British Columbia has gathered hundreds of visitors over the years and its success is largely due to well-designed interactive demonstrations through which children and their parents can engage with STEM-related activities (Milner-Bolotin, 2018a; Milner-Bolotin & Milner, 2017). A Canada-wide outreach event – Science Rendezvous– reaches hundreds of thousands of people all across the country in order to engage them in STEM (D. Miller, Miller, Miller, & Bawagan, 2017; K. Miller, 2017). The rapid growth of this event and its spread from the University of Toronto to across Canada over the last decade have highlighted the need for family-oriented STEM outreach and the willingness of parents to engage in it. Hands-on activities have become a prominent feature of contemporary STEM centers, such as science museums, aquariums, and botanical gardens, in order to engage parents and children and facilitate STEM learning.

3 Conclusions

The literature review on parental engagement with their children's STEM education has revealed five recurrent themes. These are: The benefits of parental engagement with their children's STEM education; STEM education as a bridge between school and family; STEM education as a gateway for children's future economic success; STEM education as a vehicle for promoting student communication skills; and, hands-on inquiry as a vehicle for enhancing STEM engagement of both children and their parents.

3.1 The benefits of parental engagement with children's STEM education

There is a strong consensus amongst researchers about the benefits of parental engagement with their children's education in general, and STEM education specifically. Parents have a positive impact on their children's engagement with STEM and consequently on their achievement. However, not all parents who want to support their children know how to do that, mainly due to two reasons. Firstly, parents might have limited STEM knowledge. Secondly, some parents might experience a language barrier, particularly in countries with a large immigrant population. Many international organizations attempted to address those issues by creating family-oriented STEM resources.

3.2 STEM education: A bridge between school and family

School-related projects, homework assignments, out-of-school science clubs and visits to science centres open additional opportunities for positive STEM-related interactions between children and family members. For example, STEM-related homework assignments are shown to be an inviting way to foster parent-child cooperation and collaboration. Apart from providing additional topics for subsequent parent-child conversations at home, science clubs offered outside of school have been reported to motivate young children, raising their interest towards science contents. Moreover, visits to science centres such as science museums, aquariums and botanical gardens allow for opportunities that not only facilitate visitors' science learning, but also address social and emotional domains.

Community projects, in turn, have shown to be beneficial to children, parents, and educators. Teachers reported to be more confident about science teaching and more open to teaching science in a more interactive way because of their participation in these outreach science projects. Parents also report an improvement in the parent-teacher relationships.

3.3 STEM education: A gateway for children's future economic success

Many parents want to support their children in STEM studies because STEM-related careers may bring economic opportunities for their children's future prosperity. Furthermore, although students from some developed countries, i.e., Canada and Finland, have been performing consistently well in PISA science exams, not enough of those quality students have the intention of pursuing STEM-related carriers. There is an increasing international demand for skilled STEM workers. The shortage of STEM professionals is such that some countries, i.e., Germany, the USA, Brazil and Japan are reforming immigration regulations to attract skilled STEM professionals.

3.4 STEM education: A vehicle for enhancing student communication skills

Meaningful STEM formal and informal activities invite learners to communicate complex and abstract ideas in a written and oral format to a variety of audiences, i.e., teachers, peers and parents. STEM education is facilitated when there are ample opportunities for a dialogue. These opportunities allow for the various steps of the problem-solving process, i.e., asking questions, raising hypotheses, designing experiments, communicating results, and reaching conclusions. To effectively perform in these dialogic constructivist classrooms, learners and teachers alike need a sound mastery of the language. These learning environments can be effective in enhancing communication and linguistic skills for native English speakers and those for whom English is an additional language. Moreover, effective communication is a valuable skill for successful STEM-related careers.

3.5 Hands-on inquiry: A vehicle for enhancing STEM engagement

Inquiry-based STEM education promotes parental involvement in both formal and informal learning environments. Hands-on activities that parents and children can engage with during their visits to STEM centres are now a common feature of most contemporary venues. These are shown to raise visitors' motivation towards STEM-related activities and facilitate learning. These five themes have emerged from the analysis of many international STEM-related outreach projects described in this paper. In the follow-up paper, we describe a study conducted in the context of the University of British Columbia Family Mathematics and Science Day (Milner-Bolotin & Milner, 2017). We examine how these themes play out in a specific STEM-outreach context. The main aim of the follow-up study is to learn what motivates parents to engage in STEM outreach with their children, how educators can support these parents, and how research can inform STEM outreach efforts.

Acknowledgments

Financial support for this study was provided by the University of British Columbia Teaching and Learning Enhancement Fund.

References

AAAS. (2013). Project 2061. Retrieved from http://www.aaas.org/program/project2061

Ash, D. (2004). Reflective scientific sense-making dialogue in two languages: The science in the dialogue and the dialogue in the science. *Science Education, 88*, 855–884.

Ayalon, H., & Yuchtmann-Yaar, E. (2003). Educational opportunities and occupational aspirations: A two-deminsional approach. *Sociology of Education, 62*(3), 208–219.

AZquotes. (2018). Frank Westheimer. Retrieved from http://www.azquotes.com/author/43680-Frank_Westheimer

Barton, A. C., Drake, C., Perez, J. G., St Louis, K., & George, M. (2004). Ecologies of parental engagement in urban education. *Educational Researcher, 33*, 3–12. doi:10.3102/0013189X033004003

Bell, P., Lewenstein, B., Shouse, A. W., & Feder, M. A. (Eds.). (2009). *Learning science in informal environments: People, places, and pursuits*. Washington, DC: Committee on Learning Science in Informal Environments, Board on Science Education, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council of the National Academies.

Borun, M., Chambers, M., & Cleghorn, A. (1996). Families are learning in science museums. *Curator, 39*(2), 123–138.

Briseno-Garzon, A., & Anderson, D. (2012). “My child is your child”: Family behavior in a Mexican science museum. *Curator, 55*(2), 179–201.

British Columbia Ministry of Education. (2015). Building students success: BC's new curriculum. Retrieved from https://curriculum.gov.bc.ca/

Bybee, R. W. (2013). *The case for STEM education: Challenges and opportunities*. Arlington, VA: NSTA Press.

Cedefop. (2017). Skill shortages in Europe: Which occupations are in demand - and why. Retrieved from http://skillspanorama.cedefop.europa.eu/en/news/skill-shortages-europe-which-occupations-are-demand-%E2%80%93-and-why-0

Chachashvili-Bolotin, S., Milner-Bolotin, M., & Lissitsa, S. (2016). Examination of factors predicting secondary students' interest in tertiary STEM education. *International Journal of Science Education, 38*(2), 25.

Cheung, C., & Pomerantz, E. M. (2012). Why does parents' involvement in children's learning enhance children's achievement? The role of parent-oriented motivation. *Journal of Educational Psychology, 104,* 820–832.

Cohen, L., & Urry, J. (2007). Young children's discourse strategies during block play: a Bakhtinian approach. *Journal of Research in Childhood Education, 21*(3), 302–315.

Dabney, K. P., Tai, R. H., & Scott, M. R. (2015). Informal science: Family education, experiences, and initial interest in science. *International Journal of Science Education, B2*(1), 263–282.

DeBoer, G. E. (1991). *A history of ideas in science education: Implications for practice* (Vol. 1). New York & London: Teachers College Press.

DeCoito, I. (2016). STEM Education in Canada: A Knowledge Synthesis. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 16*(2), 114–128.

DeVries, R., & Zan, B. S. (2012). *Moral Classrooms and Moral Children: Creating a constructivist atmosphere in early education*. New York, NY: Teachers College Press.

Dewey, J. (1938). *Logic: The Theory of Inquiry*. New York: Henry Hold and Company.

Dierking, L., & Falk, J. H. (1994). Family behaviour and learning in informal science settings: A review of the research. *Science Education, 78*(1), 57–72.

European Commission. (2004). Europe needs more scientists! Retrieved from http://europa.eu.int/comm/research/conferences/2004/sciprof/pdf/final_en.pdf

European Commission. (2006). Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe. Retrieved from http://ec.europa.eu/research/sciencesociety/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf

Fawcett, L. M., & Garton, A. F. (2005). The effect of peer collaboration on children's problem-solving ability. *British Journal of Educational Psychology, 75*(Part 2), 157–169.

Fine, M. (1993). [Ap]parent Involvement: Reflections on Parents, Power, and Urban Public Schools. *Teacher's College Record, 94*(4), 711.

Foundation for Family Science. (2017). Family Science. Retrieved from http://www.familyscience.org/products.html

Gaal, R. (2017). "Science is not just for scientists". *APS News, 26*(3).

Germany Federal Ministry for Economic Affairs and Energy. (2013). Germany introduces new legislation to attract skilled workers [Press release]. Retrieved from https://www.bq-portal.de/en/aktuelles/germany-introduces-new-legislation-attract-skilled-workers

Gibson, M. (1987). The school performance of immigrant minorities: A comparative view. *Anthropology and Education Quarterly, 18*(4), 262–275.

Green, C. L., Walker, J. M., Hoover-Dempsey, K. V., & Sandler, H. M. (2007). Parents' motivations for involvement in children's education: An empirical test of a theoretical model of parental involvement. *Journal of Educational Psychology, 99*, 532–544. doi:10.1037/0022-0663.99.3.532

Hango, D. (2007). Parental investment in childhood and educational qualifications: Can greater parental involvement mediate the effects of socioeconomic disadvantage? *Social Science Research, 36*, 1371–1390. doi:10.1016/j.ssresearch.2007.01.005

Harris, A., & Goodall, J. (2008). Do parents know they matter? *Engaging all parents in learning. Educational Research, 50*, 277–289. doi:10.1080/00131880802309424

Hathaway, I., & Kallerman, P. (2012). Technology Works: High-Tech Employment and Wages in the United States. Retrieved from http://www.bayareaeconomy.org/files/pdf/TechReport.pdf

ICF and Cedefop. (2014). EU Skills Panorama: Science and Engineering Professionals: Analytical Highlight. Retrieved from http://skillspanorama.cedefop.europa.eu/sites/default/files/EUSP_AH_ScienceEngineering_0.pdf

Ing, M. (2014). Can parents influence children's mathematics achievement and persistence in STEM careers? *Journal of Career Development, 41*(2), 87–103.

Johnston, P. H. (2012). *Opening Minds: Using language to change lives*. Portland, ME: Stenhouse Publishers.

Kaya, S., & Lundeen, C. (2010). Capturing parents' individual and institutional interest toward involvement in science education. *Journal of Science Teacher Education, 21*, 825–841. doi:10.1007/s10972-009-9173-4

Krapp, A., & Prenzel, M. (2011). Research on interest in science: Theories, methods, and findings. *International Journal of Science Education, 33*(1), 27–50.

Kuperminc, G. P., Darnell, A. J., & Alvarez-Jimenez, A. (2008). Parent involvement in the academic adjustment of Latino middle and high school youth: Teacher expectations and school belonging as mediators. *Journal of Adolescence, 31*, 469–483.

Lawrence Hall of Science. (2017). EQUALS and FAMILY MATH.   Retrieved from http://equals.lhs.berkeley.edu/

Leach, K. (2017). Science is for Parents Too. Retrieved from https://www.york.ac.uk/lifelonglearning/wellcome/

Let's Talk Science. (2012). Spotlight on science learning: A benchmark of Canadian talent. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/our-research/spotlight.html

Let's Talk Science. (2013). Spotlight on science learning: The high cost of dropping science and math. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/our-research/spotlight2013.html

Let's Talk Science. (2015). Exploring parental influence: Shaping teen decisions regarding science education. Retrieved from Toronto, Canada: http://www.letstalkscience.ca/Portals/0/Documents/RPS/Spotlight/LTS-Exploring-parental-influence-EN.pdf

Let's Talk Science. (2017a). Canada-2067: The science of a successfull tomorrow. Retrieved from https://canada2067.ca/en/

Let's Talk Science. (2017b). STEM activities. Let's Talk Science Programs and Resources. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/programs-resources/activities

Luke, J., & Foutz, S. (2007). Parent Partners in School Science (PPSS): Parent engagement research study. Retrieved from http://www.informalscience.org/parent-partners-school-science-parent-engagement-research-study

LUMA. (2017). StarT. Retrieved from http://start.luma.fi/en/start-together-for-a-good-future

LUMA Centre Finland. (2018). Retrieved from https://www.luma.fi/en/centre/

Mashburn, A. J., Justice, L. M., Downer, J. T., & Pianta, R. C. (2009). Peers' effects on children's language achievements during pre-kindergarten. *Child Development, 80*, 686–702.

McCreedy, D., & Luke, J. J. (2006). Using science to bridge the gap between home and school in teaching and learning science. In K. Tobin (Ed.), *Teaching and Learning Science: A Handbook* (Vol. 1, pp. 153–160). USA: Praeger.

Miller, D., Miller, K., Miller, K., & Bawagan, J. (2017). Science Rendezvous. Retrieved from http://www.sciencerendezvous.ca/about/

Miller, K. (2017). Science Rendezvous: Innovation in science outreach for Canada. *Physics in Canada*, *73*(3).

Milner-Bolotin, M. (2011). Science outreach to elementary schools: What the physics community can do to make a difference. *Physics in Canada*, *67*(3), 174–176.

Milner-Bolotin, M. (2018a). Family Math and Science Day at UBC Faculty of Education. Retrieved from http://blogs.ubc.ca/mmilner/outreach/family-math-science-day-at-ubc-faculty-of-education/

Milner-Bolotin, M. (2018b). Science & Math Education Videos for All. YouTube Channel of Online STEM resources. Retrieved from https://www.youtube.com/channel/UCHKp2Hd2k_dLjODXydn2-OA

Milner-Bolotin, M., & Johnson, S. (2017). Physics Outreach. Physics in Canada, 73(3), 121–126.

Milner-Bolotin, M., & Milner, V. (2017). Family Mathematics and Science Day at UBC Faculty of Education. *Physics in Canada, 73*(3), 130–132.

Mousoulides, N. G. (2013). Facilitating parental engagement in school mathematics and science through inquiry-based learning: an examination of teachers' and parents' beliefs. ZDM *Mathematics Education*, *45*, 863–874.

National Research Council. (2012). A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas. Retrieved from https://www.nap.edu/catalog/13165/a-framework-for-k-12-science-education-practices-crosscutting-concepts

OECD. (2008). Encouraging student interest in science and technology studies. Retrieved from http://www.oecd.org/sti/sci-tech/encouragingstudentinterestinscienceandtechnologystudies.htm

OECD. (2016). PISA 2015 Results in Focus. Paris: OECD Publishing.

Ogbu, J. (1987). Variability in minority responses to schooling: Nonimmigrants vs. immigrants. In G. Spindler & L. Spindler (Eds.), *Interpretive ethnography of education: At home and abroad* (Vol. 1, pp. 255–278). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates, Publishers.

Oliveira, L. C., & Lan, S.-W. (2014). Writing science in an upper elementary classroom: A genre-based approach to teaching English language learners. *Journal of Second Language Writing*, *25*, 23–39.

Ontario Ministry of Education. (2014). Achieving excellence: A renewed vision for education in Ontario. Retrieved from http://www.edu.gov.on.ca/eng/about/renewedVision.pdf

Perera, L. D. H. (2014). Parents' attitudes towards science and their children's science achievement. International Journal of Science Education, 36(18), 3021–3041. doi:10.1080/09500693.2014.949900

Rodari, P. (2009). Learning science in informal environments: people, places and pursuits: A review by the US National Science Council. Journal of Science Communication, 8(3), 1–5.

Ruiz-Primo, M. A. (2011). Informal formative assessment: The role of instructional dialogues in assessing students' learning. Studies in Educational Evaluation, 37, 15–24.

Sanford, C. W. (2010). Evaluating family interactions to inform exhibit design: Comparing three different learning behaviors in a museum setting. Visitor Studies, 13(1), 67–89.

Schmidt, B., & Parkin, A. (2016). PISA 2015 gives cause for celebration but not complacency [Press release]. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/news-events/item/pisa-2015-gives-cause-for-celebration-but-not-complacency.html

Schwab, J. J. (1966). The Teaching of Science as Enquiry The Teaching of Science (pp. 1–103). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Solomon, J. (2003). Home-school learning of science: The culture of homes, and pupils' difficult border crossing. Journal of Research in Science Teaching, 2, 219–233.

Suárez-Orozco, M. C. (2003). Some conceptual consideration in the interdisciplinary study of immigrant children. In H. T. a. L. Bartolomé (Ed.), Immigrant voices in search of pedagogical reform: Rowman & Littlefield Publishers.

Suter, L. E. (2014). Visiting science museums during middle and high school: A longitudinal analysis of student performance in science. Science Education, 98(5), 815–839. doi:10.1002/sce.21116

Techbridge. (2017). Techbridge Girls. Retrieved from http://www.techbridgegirls.org/index.php?id=28

The National STEM Learning Network. (2017). Supporting STEM Learning. Project ENTHUSE. Retrieved from https://www.stem.org.uk

The Royal Society Science Policy Centre. (2014). Vision for Science and Mathematics Education Report. Retrieved from http://www.interacademies.net/File.aspx?id=25298

UNESCO. (2012). Current Challenges in Basic Science Education. Retrieved from Paris: http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001914/191425e.pdf

USA National Research Council. (2013). *Next Generation Science Standards: For States, by States*. Washington DC: The National Academies Press.

Van Meeteren, B. (2016). *Ramps and pathways promote communication development in STEM Llarning with young children Inquiry Teaching with Ramps and Pathways* (pp. 73–86). New York: Teachers College Press.

Vartiainen, J., & Aksela, M. (2013). Science clubs for 3 to 6-year-olds: Science with joy of learning and achievement. *LUMAT (2013-2015 Issues)*, *1*(3), 315–322.

West, S. (2015). Evaluation of "Science is for Parents Too" course 2014-2015. Retrieved from Stokholm: https://www.york.ac.uk/media/sei/documents/Science%20is%20for%20Parents%20Too%202015%20Final%20Evaluation.pdf

Wolfendale, S., & Morgan, A. (1992). *Empowering Parents and Teachers: Working for Children*. London: Cassell.

Zan, B. (2016). Why STEM? Why early childhood? Why now? In S. Counsell, L. Escalada, R. Geiken, M. Sander, J. Uhlenberg, B. V. Meeteren, S. Yoshizawa, & B. Zan (Eds.), *STEM Learning with Young Children: Inquiry Teaching with Ramps and Pathways* (pp. 1–9). New York: Teacher College Press.

Zwiep, G., & Straits, W. J. (2013). Inquiry science: the gateway for English language proficiency. *Journal of Science Teacher Education*, *24*, 1315–1331.

Parental engagement in children's STEM education. Part II: Parental attitudes and motivation

Carlos C. F. Marotto and Marina Milner-Bolotin

The University of British Columbia, Canada

This mixed-methods case study examines parental motivation for participation in a Canadian university-based STEM outreach event. Parents responded to a post-event questionnaire that was followed by individual interviews. The quantitative part revealed how and why parents engaged with their children's STEM education. Surprisingly, neither university admission requirements nor STEM-related job opportunities were top motivating factors. The qualitative part indicated that some parents found it challenging to connect their children's learning experience in school with the government-mandated curriculum or with their own experiences. Most interviewees were satisfied with their children's STEM education and considered family support crucial in this process.

Keywords: informal and formal STEM education, parental engagement, STEM education, STEM outreach

Article details

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 60–86

Received 14 August 2017
Accepted 16 March 2018
Published 5 May 2018
Updated 21 June 2018

Pages: 27
References: 14
DOI:10.31129/LUMAT.6.1.293

Contact:
ccfmarotto@hotmail.com
www.lumat.fi

This project has been approved by the University of British Columbia Ethics Review Board – H16-02469. All the people in the photographs have given their consent to be photographed. All the names of the interviewees have been changed to pseudonyms to protect their privacy.

1 Introduction

There is a universal concern about student disengagement from science, technology, engineering and mathematics (STEM) disciplines (Hathaway & Kallerman, 2012; Let's Talk Science, 2013, 2017; O'Grady, Deussing, Scerbina, Fung, & Muhe, 2016; The National STEM Learning Network, 2017). At the same time, parents play a vital role in their children's STEM education (Fine, 1993; Ing, 2014; Kaya & Lundeen, 2010; Let's Talk Science, 2015; Perera, 2014). Therefore, it is important to examine how parents can be supported in helping their children to meaningfully engage with STEM. To the best of our knowledge, there is limited research examining this problem.

This is the second paper in a two-paper series examining how parents can be encouraged and supported in engaging with their children's formal (in-school) and informal (out-of-school) STEM education. The meta-analysis of the literature presented in Paper 1 identified five major themes:

1. The challenges of supporting parents with children's STEM education

2. STEM education as a bridge between school and family
3. STEM education as a gateway for children's future economic success
4. STEM education as a vehicle for promoting student communication skills
5. The role of hands-on inquiry-based activities in enhancing student engagement.

The goal of this paper (Paper 2) is to examine parental attitudes towards formal and informal STEM education; their motivation for supporting their children; and their views on how schools can support families' engagement with STEM. To achieve this goal, we asked the following research questions (RQ).

RQ1: What are parents' attitudes towards informal STEM education? The challenges of supporting parents with children's STEM education
RQ2: From the parents' perspective, what are effective ways to engage children in STEM education?
RQ3: What motivates parents to engage their children with STEM education?
RQ4: From the parents' perspective, what are effective ways for schools to encourage parents to support their children's STEM education?

In the next section, we describe the study methodology. It comprises the study's context, participants, instruments for data collection, and the data analysis method.

2 Methodology

2.1 Study Context

Family Mathematics and Science Day (FMSD) is a free annual family-oriented outreach event that takes place on a fall weekend at the University of British Columbia (UBC) Faculty of Education. It consists of 60+ independent self-contained interactive stations, facilitated by students and faculty, and is attended by hundreds of guests (Figures 1 and 2) (Milner-Bolotin & Milner, 2017). To engage visitors of different ages and backgrounds, FMSD has a flexible structure so the visitors choose stations according to their interests. Currently we are developing a YouTube channel with the FMSD activities (Milner-Bolotin, 2017). Since UBC campus has a large residential community in its vicinity, many attendees are connected to it. Many "out-of-town" families also attend the event.

Figure 1. An event volunteer engages visitors in making and exploring Newtonian fluids.

Figure 2. An event volunteer engages visitors in solving mathematical puzzles.

2.2 Participants and Instruments

The study was approved by UBC's Ethics Board. Only the adults who attended the 2016 FMSD were eligible to participate. Adult attendees were contacted by email shortly after the event and invited to participate in this study by responding to an online questionnaire (Appendix). Table 1 gives an overview of the 16 questions that comprise the questionnaire. The research team produced and piloted the questionnaire. To expand on the questionnaire responses, we conducted follow-up semi-structured individual interviews. Their participation was voluntary and unpaid.

Table 1. Overview of the Study Questionnaire.

Item/question focus	# of items/questions
Demographics: adult's relationship with the child, adult's place of birth, age, and level of education	6
Adult's attitudes towards FMSD	3
Adult's reasons for encouraging children in STEM	1
Ways to encourage children's STEM engagement	2
Level of familiarity with STEM curriculum	1
Importance of parental involvement with STEM	1
Event feedback	1
Invitation to participate in a follow-up individual interview	1

2.3 Methods

This research followed a case-study design (Figure 3). A convenience sampling was used due to the substantial number of parents who registered for and attended the 2016 FMSD. All adults who attended the event were invited to respond to the questionnaire. Then, questionnaire respondents were invited to take part in individual interviews. Twenty-nine adults responded to the questionnaire; six of whom were later interviewed. Three of the six follow-up interviews were conducted face-to-face; the other three through Skype. Once interviews were transcribed, emerging themes were identified. Afterward, the transcripts were revisited and interviewees' comments were coded according to these pre-identified themes. This was done with the support of NVivo 11 (QSR International, 2016). Data from questionnaire were quantitatively analysed, whereas data from the interviews were qualitatively analysed. Subsequently all data were triangulated to address the issues of credibility and validity (Mathison, 1988).

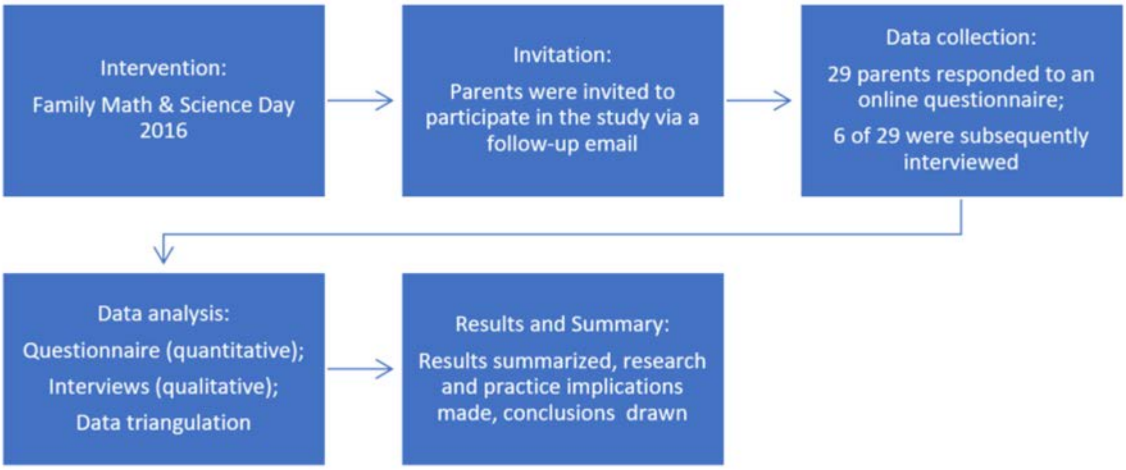


Figure 3. Study design.

3 Results

As mentioned earlier, the quantitative results of the study are based on the questionnaire responses while the qualitative results were gleaned from the interviews. These results were triangulated to enable a better understanding of the study's findings.

3.1 Quantitative Results

3.1.1 Participants' Demographics

Like UBC, Vancouver has a multi-cultural international population. A high ratio of families from Asian countries was a noticeable aspect of visitors' demographics in the 2016 FMSD. Table 2 shows participants' demographics.

Table 2. Overview of Participants' Demographics.

Place of Birth		**Age**	
Country/Region	# Participants (percent)	Age bracket (years)	# Participants (percent)
Asia	11 (37.9%)	24 or younger	0
Canada	08 (27.6%)	25–34	02 (6.90%)
Europe	04 (13.8%)	35–44	18 (62.1%)
Latin America	02 (6.80%)	45–54	09 (31.0%)
Middle East	01 (3.4%)	55–64	0
USA	03(10.3%)	65 or older	0

Table 3 shows participants' level of science and mathematics education. Interestingly, most participants studied science and mathematics at undergraduate level or beyond. This shows that they have a relatively elevated level of STEM education.

Table 3. Overview of Participants' Science and Mathematics Education

Participants' highest level of science education	# Participants (percent)	Participants' highest level of mathematics education	# Participants (percent)
Secondary school	-	Secondary school	01 (3.4%)
High school	10 (35.7%)	High school	05 (17.2%)
Undergraduate level or beyond	19 (64.3%)	Undergraduate level or beyond	23 (78.2%)

3.1.2 Parental reasons to encourage their children to engage with STEM

Table 4 shows participants' reasons for encouraging their children to engage with STEM. In these questions, the participants could select as many reasons as they wished.

Table 4. Participants' Reasons to Encourage Their Children to Engage with STEM.

Reasons	# of participants (percent)
STEM has many everyday life applications.	27 (93.1%)
STEM-related subjects are fun.	26 (89.7%)
STEM provides an interesting way to learn about the natural world.	26 (89.7%)
STEM helps students to develop critical thinking skills.	25 (86.2%)
STEM is at the core of modern technological innovations.	24 (82.8%)
STEM will open many exciting and well-paid future job opportunities for children.	14 (48.3%)
STEM is required subjects for university admissions.	9 (31%)
Respondents' professions are related to STEM and their children are expected to follow their paths.	4 (13.8%)

3.1.3 Parental appreciation of Family Math and Science Day

FMSD was considered "very interesting" by 23 (79.3%) and "interesting" by 6 participants (21.7%). No participant considered the event "not so interesting". Besides, all 29 participants would recommend FMSD to others.

3.1.4 Effective ways for parents to encourage children to study STEM

Table 5 shows what participants consider as the most effective ways to encourage their children to study STEM-related subjects. They could select as many reasons as they wanted.

Table 5. Participants Views on the Most Effective Ways to Encourage Their Children to Study STEM-Related Subjects.

Effective ways to encourage children to study STEM	# of participants (percent)
Taking children to science centres.	26 (89.7%)
Accompanying children to STEM-related events.	26 (89.7%)
Helping children with their STEM-related homework.	24 (82.8%)
Asking about their children's school STEM programs.	22 (75.9%)
Encouraging children to watch STEM-related television shows.	21 (72.4%)
Pointing out the role of STEM in important societal and political issues.	18 (62.1%)
Enrolling children in after-school STEM programs.	15 (51.7%)

3.1.5 Effective ways for schools to encourage parents to support their children's STEM education

Table 6 shows participants' views on the topic of how schools might encourage parents to support their children's STEM education. The participants could select as many reasons as they wished.

Table 6. Participants' Views on How Schools Can Encourage Parents to Support Their Children's STEM Education

Participants' views on how schools can engage parents	# of participants (percent)
Promoting STEM-related events in school.	25 (86.2%)
Informing parents about STEM-related activities in science centres.	24 (82.8%)
Creating a classroom blog a parent can access from home.	21 (72.4%)
Establishing a direct line of communication between teacher and parents.	19 (65.5%)
Assigning homework activities that require parental involvement or support.	9 (31%)

3.1.6 Parental level of familiarity with their children's school STEM program

Seventeen participants (60.7%) considered themselves either "very familiar" or "somewhat familiar" with their children's school STEM program; the other 10 (35.7%) considered themselves "not familiar" with it. There were 27 responses to this question. Furthermore, 26 participants (89.6%) considered parental involvement in STEM education either "very important" or "important". There were 26 responses to this question.

3.2 Qualitative Results

In this section, we describe the qualitative analysis and the main findings from the six interviews conducted in the study. After carefully reading the transcribed interviews, we identified recurring topics, labeled as nodes in NVivo (Table 7). Then after comparing the nodes in the context of different interviews, we merged some of them to identify larger themes and allow for a deeper analysis.

Six of the 29 questionnaire respondents participated in semi-structured open-ended individual interviews. After analyzing the interview transcripts, and identifying ten emerging themes, ten corresponding nodes were created in NVivo. Subsequently, specific comments by the interviewees were coded to a matching NVivo node (theme). The number of comments and their content were carefully examined (Table 7).

Table 7. Number of Comments by All Interviewees Coded for Each of the Ten Emerging Themes

Node #	Theme	# of comments
1	Parental attitudes towards STEM, including their own experiences.	66
2	Parental appreciation of informal STEM education for their children.	60
3	Parental interest in providing STEM enrichment activities for their children in addition to school.	53
4	Parental perception of the value of interactive hands-on STEM enrichment for their children.	48
5	Parental confidence in their abilities to support or mentor their children in STEM in a meaningful way.	44
6	Parental satisfaction of their children's STEM education.	41
7	Parental understanding of K-12 BC educational system.	35
8	Parental view of how well their children are being prepared for future STEM education.	31
9	Parental knowledge of their children's school STEM curriculum.	29
10	Parental level of comfort in communicating their concerns about STEM education to their children's teachers.	18

3.2.1 Parents' attitudes towards and appreciation for STEM, and their interest in children STEM enrichment

Figure 4 shows the number of comments coded for "Parents' attitudes towards STEM education", "Parental appreciation of informal STEM education for their children", and "Parental interests in providing their children with STEM enrichment". All six interviewees expressed a positive attitude towards and great appreciation for formal and informal STEM education. Besides, they expressed a great interest in providing their children with STEM enrichment. No distinction was found between the interviewees who have STEM-related professional careers and those who have not studied STEM-related subjects beyond secondary school.

Visiting science centres was mentioned by five interviewees as an important way to motivate their children to engage with STEM. Four of the six interviewees reported being current or former members of Science World at Telus World of Science in Vancouver. The Vancouver Aquarium was also named as an important family destination. UBC Beaty Biodiversity Museum and Botanical Garden, and science centres in Prince George, Seattle and San Francisco were also mentioned. Moreover, all six interviewees reported taking their children to STEM outreach events. Apart from FMSD, The Faraday Show, Lego shows and an event at Simon Fraser University were also mentioned. Furthermore, outdoor-learning activities, math clubs, summer camps, robotics, activities with animals, and courses in the Vancouver Aquarium were also named. Lastly, all six interviewees reported doing school-related activities at home with their children. Extra-curricular activities, such as experiments, watching STEM-related videos, accessing STEM websites and computer simulations were also mentioned as part of family routine.

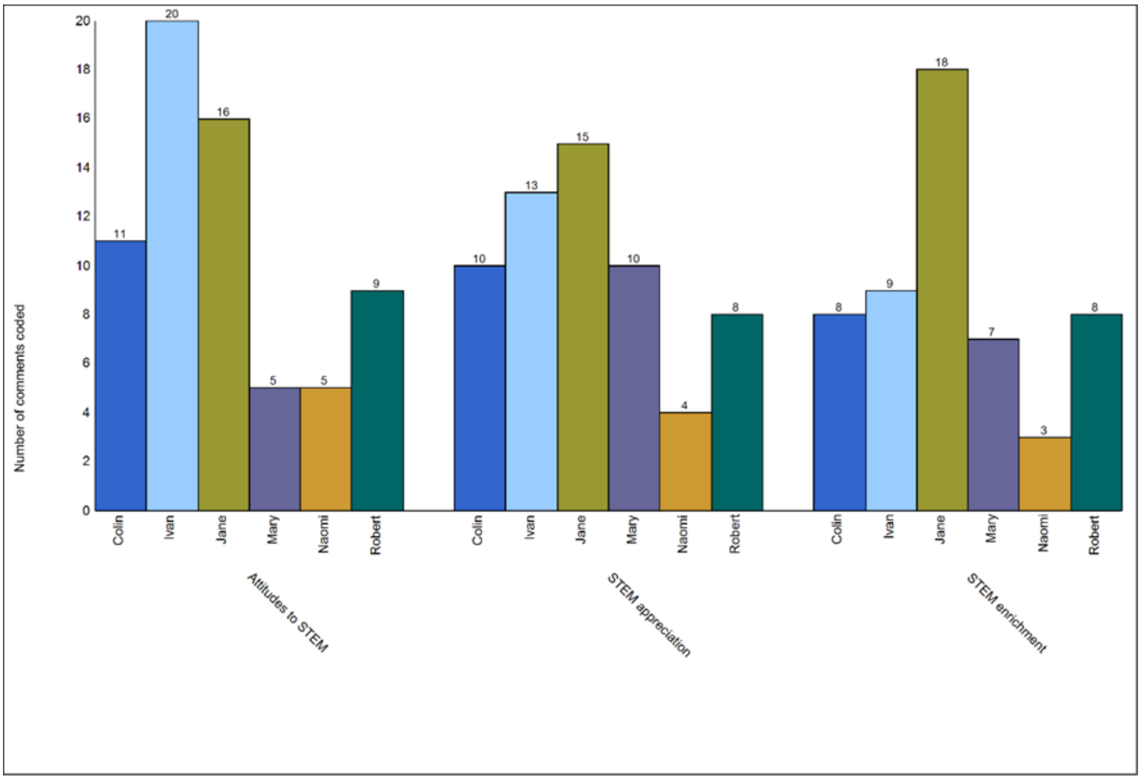


Figure 4. Number of comments on parental attitudes towards and appreciation for STEM education, and parental interest in providing STEM enrichment to their children.

3.2.2 Parent's regard for hands-on interactive activities

Figure 5 shows the number of comments coded for "Parental appreciation of STEM hands-on interactive activities". All six interviewees (the names used in the paper are pseudonyms) expressed their appreciation for hands-on interactive activities to raise their children's curiosity and interest. For them, FMSD was exemplary due to the variety of activities available and the way they were facilitated. For them, this combination contributed to create a positive attitude in parents and children.

Interviewees also gave examples of activities performed at home with their children. Colin mentioned one experiment in which he and his children used steel wool and peroxide to learn about rusting. Ivan and his daughter tested the effect of salt on the melting rate of snow. Jane helped her daughter run a lemonade stand whereby mathematical calculations were employed to calculate the amount of ingredients needed and the profit made in the process.

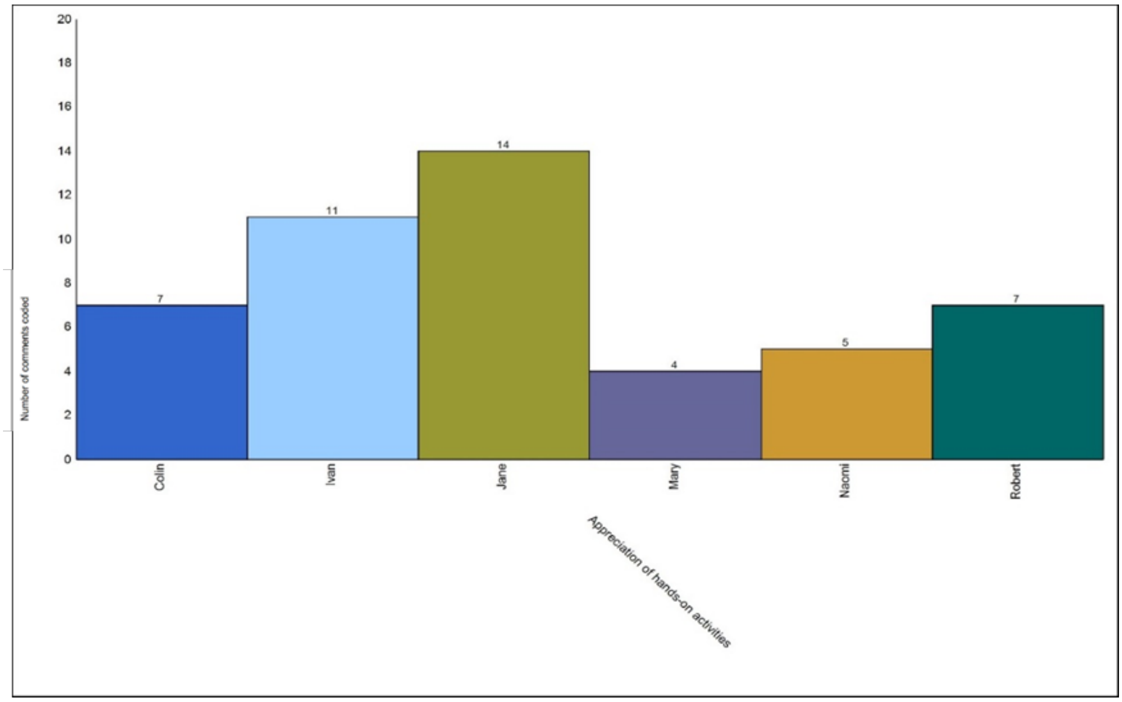


Figure 5. Number of comments on parental appreciation of STEM hands-on activities.

3.2.3 Parental confidence in their ability to support or mentor their children in STEM

Figure 6 shows the number of comments coded for "Parental confidence to provide their children with STEM support". All six interviewees reported having confidence to provide STEM support and mentorship to their children. However, their level of confidence was observed to vary.

Considering the participants who have not studied STEM-related subjects beyond secondary school, e.g. Colin, Mary and Naomi, the first was very confident, while the other two not so much. Colin reported having done experiments at home with his children on a regular basis and considered himself a "*learning stimulator*". Moreover, Colin's familiarity with the curriculum provided by the local home-school group and his personal interest in STEM made him even more confident. Mary reported having a limited knowledge of science. Still she would stimulate her children by recommending science-related videos and simulations from the Internet. To Mary, her children are so poorly prepared in school that even she can support and mentor them to a certain extent. Naomi reported taking her son to science centres regularly. Furthermore, her engineer husband is passionate about Lego and has passed that down to their son. The husband takes the lead when it comes to more scientific concepts.

Of the participants who have STEM-related careers, e.g. Ivan, Jane and Robert, the latter reported having limited understanding of some of the recent technological tools needed in some of his son's school projects. Yet, he would make himself available so that they could master this knowledge together. Alternatively, he would put his son in contact with someone better acquainted with these tools. Ivan and Jane reported being very confident to support and mentor their children. Their support and mentorship come in many ways. Apart from helping with homework activities, both suggest websites their children can access to engage with STEM activities. Also, they use daily situations as opportunities to help their children develop and apply problem-solving skills.

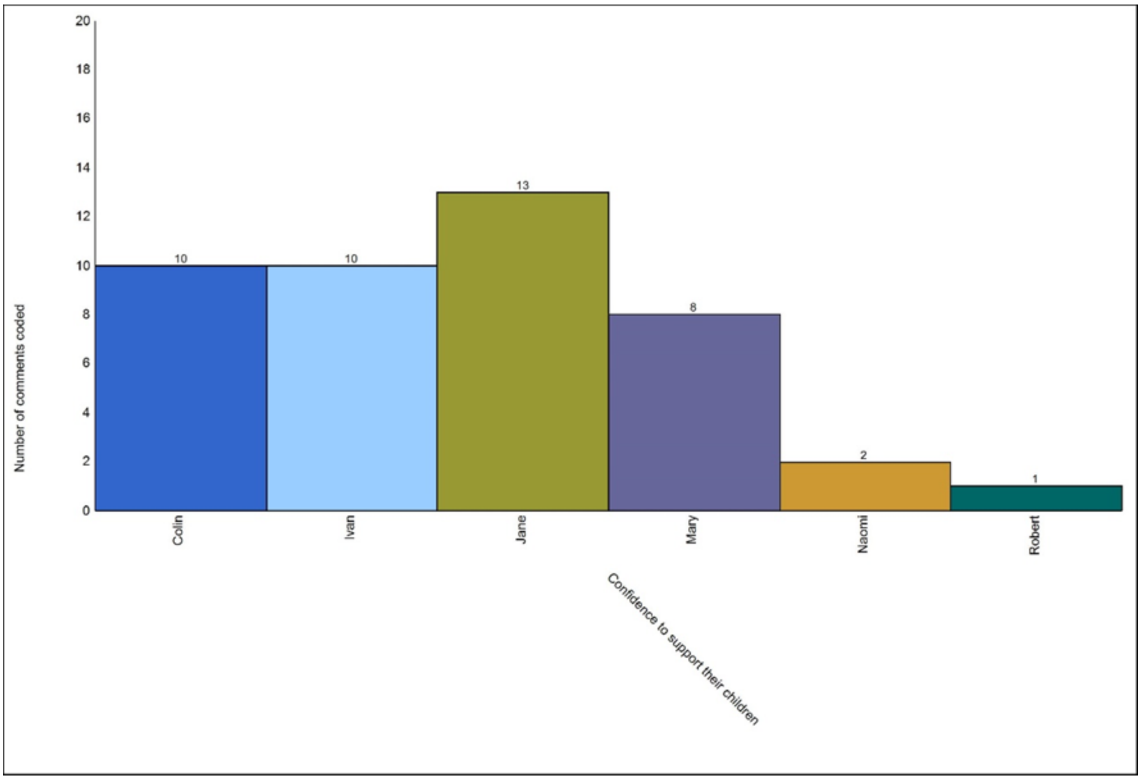


Figure 6. Number of comments on parental confidence to provide their children with STEM support.

3.2.4 Parents' knowledge of their children's school STEM curriculum and of BC K-12 educational approach

Figure 7 shows the number of comments coded for "Parental knowledge of their children's school STEM curriculum" and "Parental knowledge of British Columbia K-12 educational approach". Even though British Columbia's official school K-12 curriculum is available online, that was not reported as an effective way for interviewees to learn about the contents of their children's STEM-related school programs. Instead, school-family, parent-child, and parent-teacher interactions were regarded as more efficient. Only two interviewees, Ivan and Jane, who are educators, were aware that BC K-12 schools are expected to incorporate inquiry-based learning into their practices.

Furthermore, Ivan reported having become familiar with his daughter’s science program through projects and homework assignments. As an example, he reported a game-based project on animals in which “*she learnt a lot*”. Robert also reported having become familiar with his son’s school projects through their interactions at home. Moreover, he reported that his son’s school informs parents about ongoing projects through email messages. He added that school-family communication is effective as it allows him to monitor his son’s progress.

Jane, Naomi and Mary reported having accessed the online version of their children's school curriculum. However, that was not a meaningful experience for any of them. They also reported not having done that regularly. Naomi added that families were informed of their children's school curriculum at the beginning of the academic year when the school sent home a hard-copy version of the contents to be covered within the year. Jane described the online curriculum as “*a tedious document*”. She also said that it was through conversations with her daughter and her teacher that she learnt about the school curriculum. Moreover, Jane reported to be more familiar with her daughter’s mathematics than with the science curriculum. Mary is the one who showed the greatest discomfort about not having any information about her children’s mathematics and science school programs. She tried to obtain some information by asking their teachers, but was told to go online. She did so, but could not establish any connection between the online documents and her children’s oral accounts or their school materials. Colin claimed to be one hundred percent familiar with the BC K-12 curriculum. His children are home-schooled and he and his wife are in contact with a local homeschool group.

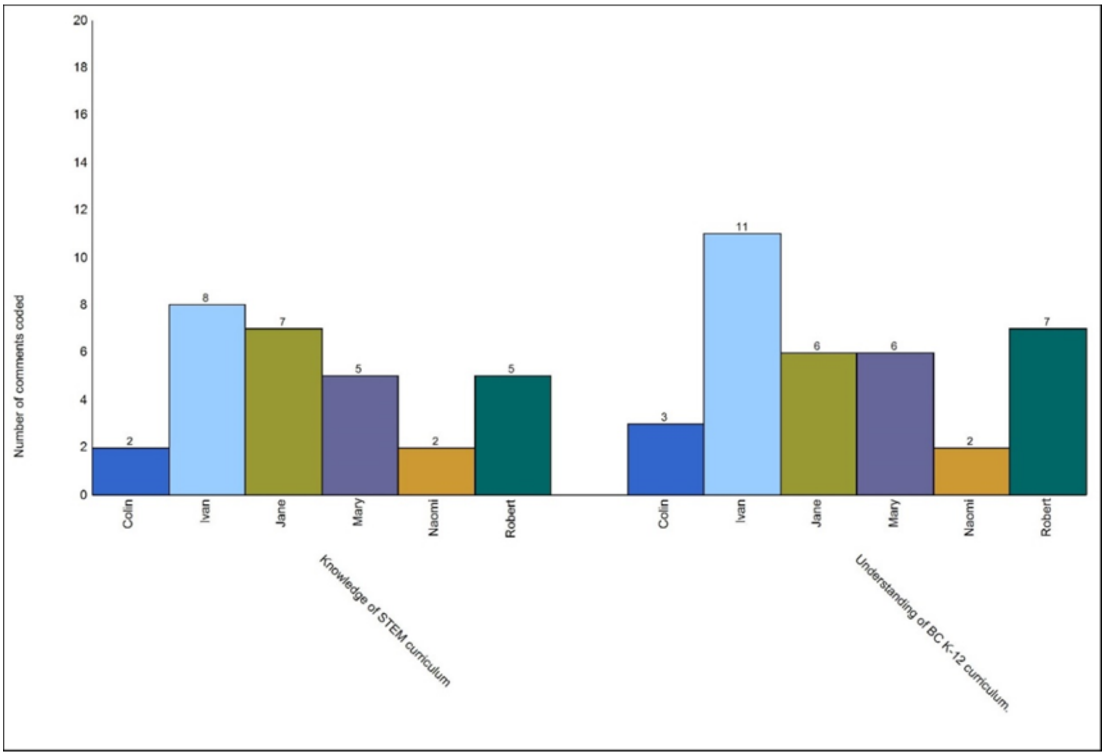


Figure 7. Number of comments on parental knowledge of their children's STEM curriculum and of BC K-12 educational approach

3.2.5 Parental level of comfort in communicating their concerns about their children with their STEM teacher

Figure 8 shows the number of comments coded for "Parental level of comfort to talk to their children's STEM teacher". All six interviewees expressed distinct levels of comfort regarding their experiences communicating with their children's teachers. Furthermore, they reported contacting the corresponding teachers for several reasons.

Mary was the least comfortable of all interviewees in communicating with her children's teacher. She spoke to her daughter's teacher to obtain information about the science contents as she was thought little science was being done. Furthermore, she reported being puzzled about her daughter having grades without having done much science-related work. For Mary, the teacher sounded very defensive and told her the course contents were the same for all Vancouver schools. She was quite unconvinced and disappointed with the outcomes of the conversation. Still, she would complain to avoid creating any animosity. Mary's Japanese background and limited command of English played a part in her decision.

Naomi commented that her son's teacher from Kindergarten was more approachable and open to talk to parents than this year's Grade 1. To her, the current teacher "*hides in the classroom*" and keeps communication to a minimum. When flipping through her son's workbook in a parent-teacher interview, she was surprised by how little he had written up until that point. From then onward she demanded that the teacher sent the boy's workbook home every week. She was very disappointed to learn about her son's limited written production by chance. She added that she "*doesn't want to be breathing down the teacher's neck*", but expected the teacher to have been more pro-active in that regard.

Ivan and Jane, however, reported having approached their children's teacher whenever necessary without any apparent discomfort. For example, Ivan asked about how the inquiry-based approach suggested by BC School Board would be put into practice. Jane, in turn, asked how her mathematics-gifted daughter was being challenged to further develop her potential.

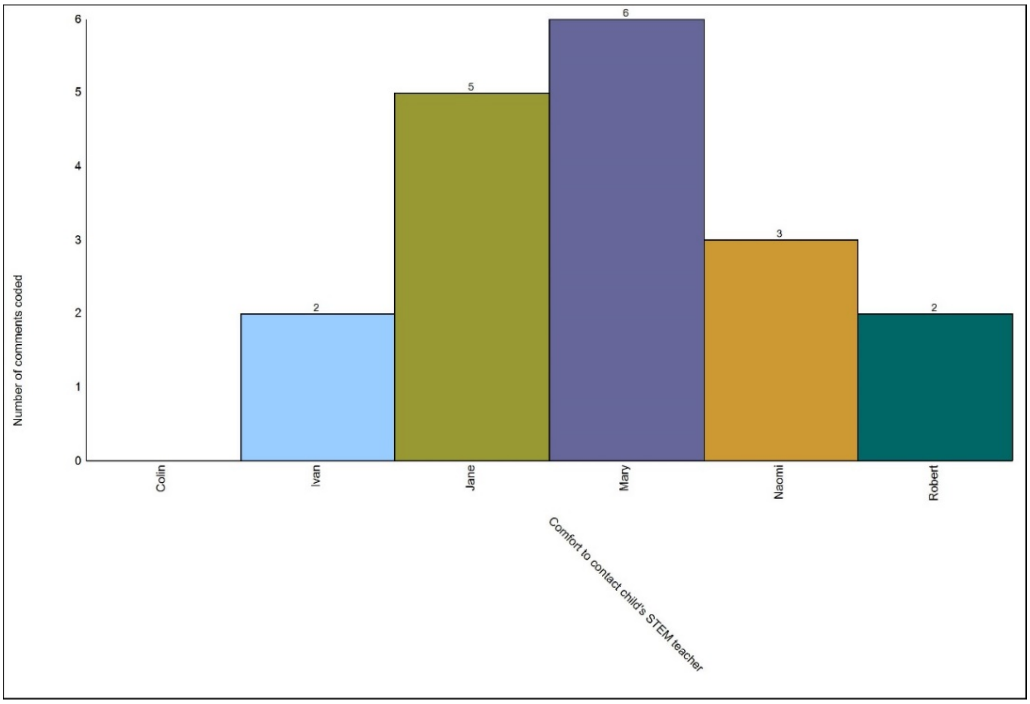


Figure 8. Number of comments on parental level of comfort to contact their children's STEM teacher.

3.2.6 Parental satisfaction of their children's STEM education and parental view of how well their children are being prepared in school for future STEM education

Figure 9 shows the number of comments coded for "Parental satisfaction with their children's STEM education" and for "Parental views on how well their children are being prepared for future STEM education". As mentioned before, Mary was by far the most dissatisfied interviewee with her children's formal STEM education. She was particularly worried about her grade 7 daughter not being able to keep up with the demands of secondary school in future. To address this issue, Mary enrolled her daughter in a preparatory course. Mary even reported that many other parents whose children go to the same school as her daughter have done the same.

Ivan's daughter had recently moved to a school in East Vancouver (a less affluent area). For him, her former school in West Vancouver was more effective in science teaching, particularly regarding outdoor learning. School projects were also believed to be better elaborated. Moreover, Ivan's daughter's current school was reported to be more traditional in its educational approach. Ivan gave two examples to illustrate his dissatisfaction with his daughter's current teacher. One relates to the way she was evaluated in a science activity, the other regards the teacher's lack of preparation to effectively put the inquiry-based pedagogy into practice. Despite all that, Ivan considered that his daughter was being properly prepared for future STEM education due to the extra enrichment provided by the family.

Robert was pleased with his son's formal STEM education, especially after his moving to a school that offered the Sail (Science, Arts and Innovative Learning) Program. This school places great emphasis on STEM-related subjects and this was the main motivation behind the moving. Jane reported being satisfied with her daughter's formal STEM education. As the daughter is gifted in mathematics, Jane's only concern related to whether the daughter was being properly challenged. After speaking to the teacher, she learnt that the daughter was given extra, more advanced tasks. Furthermore, the girl was asked to provide support to some classmates. Naomi reported being somewhat familiar with her son's math and science curriculum. Yet, she was confident that her son's formal education together with the enrichment and support provided by the family would be enough to prepare the boy for future STEM education. Colin demonstrated great satisfaction with his daughters' STEM education. Their success is accredited to the fact that they are homeschooled. For him, the activities they do as a family surpass the ones suggested by the local homeschool group.

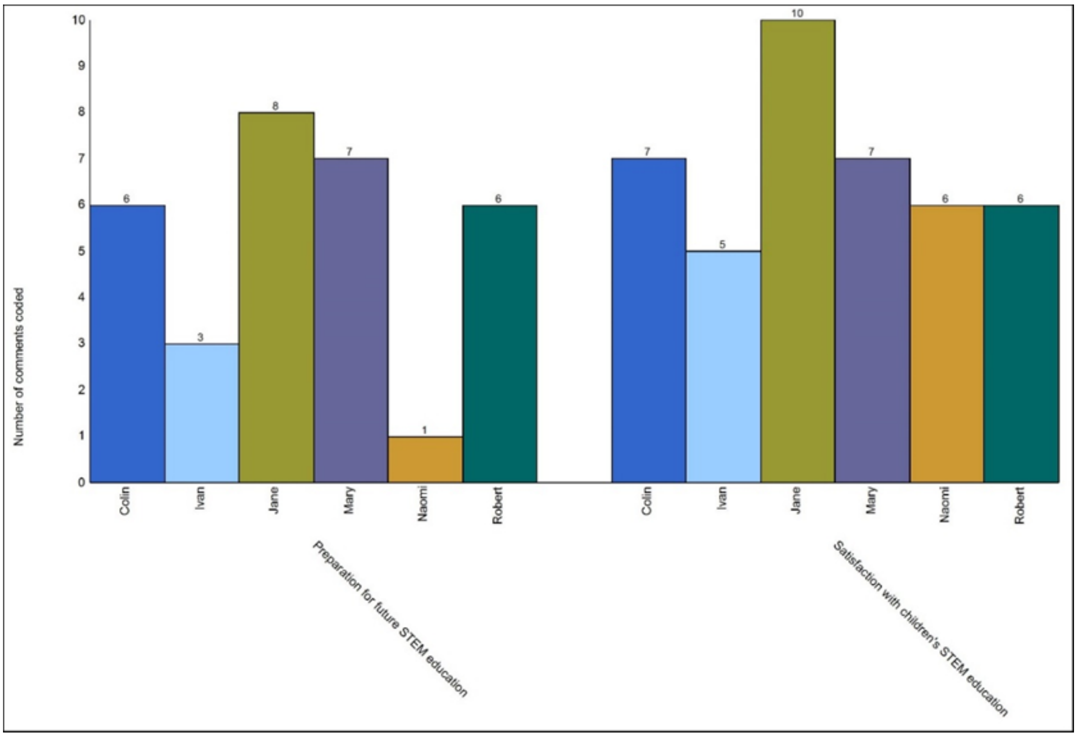


Figure 9. Number of comments on parental satisfaction with their children's STEM education and on how well their children are being prepared for future STEM education.

4. Analysis of Results and Discussion

Below we examine the results obtained from the questionnaire and the interviews. We also examine the correlations between the results pertaining to each of the four research questions of the study in order to understand the big picture of parental attitudes about STEM and their motivation to engage their children in STEM activities.

4.1. RQ1: What are parents' attitudes towards informal STEM education?

Questionnaire respondents showed great appreciation for FMSD and selected many reasons and ways to engage their children with STEM. These reasons will be further discussed below in the answer to research question 2 (RQ2). Interviewees, in turn, emphasised their positive attitude towards STEM regardless of having STEM-related careers. Furthermore, all interviewees demonstrated interest in providing their children with informal STEM enrichment. Taking their children to science centres and to outreach events after school hours and during weekends was reported to be an integral part of their family routines. Moreover, all interviewees reported doing STEM-related activities at home with their children. These included school-related projects and extra-curricular activities such as experiments, demonstrations, watching videos, accessing websites, using applications etc.

4.2. RQ2: From parents' perspectives, what are effective ways to engage their children in STEM education?

Four of the six interviewees reported being current or former members of Vancouver Science World. The Vancouver Aquarium was also named as an important family destination. Other science centres, e.g., Beaty Biodiversity Museum, Botanical Garden, The Exploration Place in Prince George, Pacific Science Center in Seattle and The Exploratorium in San Francisco, were also mentioned. All six interviewees reported taking their children to STEM-related outreach events. Apart from UBC's FMSD and The Faraday Science Show, Lego shows and science outreach events at Simon Fraser University were also mentioned. After-school activities and courses sponsored by the School Boards or private organizations were also reported. These involve outdoor-learning activities, math clubs, summer camps, robotics, course in the Vancouver Aquarium, and activities with animals. In line with that, questionnaire respondents considered taking their children to science centres (89.7%) and encourage them to participate STEM-related outreach events (89.7%), as the two most important ways to support their children with STEM studies. Those were followed by helping with STEM-related homework assignments (82.6%), asking what children are learning in school (75.9%), encouraging children to watch STEM-related programming (72.4%), connecting STEM to important societal and political issues (62.1%), and enrolling children in after-school STEM-related programs (51.7%).

All six interviewees acknowledge the importance of hands-on interactive activities for children. For them, such activities are effective to: a) raise curiosity and interest; b) facilitate learning; and c) instill an exploratory mindset. For interviewees, FMSD was exemplary due to its interactive hands-on approach, the variety of available activities, and the presence of facilitators. Likewise, all 29 questionnaire respondents would recommend the event to others.

4.3. RQ3: What motivates parents to engage their children with STEM education?

Discussing their motivation to engage their children with STEM, questionnaire respondents chose the following arguments as the most relevant: (1) STEM has many applications in everyday life (93.1%); (2) STEM provides interesting ways to learn about the natural world (89.7%); (3) STEM is fun (89.7%); (4) STEM is at the core of technological innovations (82.8%); and (5) STEM helps students develop critical thinking (86.2%). It is important to highlight that STEM-related job opportunities or university admission requirement were not among the major motivating factors for the questionnaire respondents. Only 48.3% of them selected the former factor whereas 31.0% chose the latter. Even fewer respondents (13.8%) expected their children to follow in their "STEM-related footsteps". Likewise, the six interviewees were more appreciative of the knowledge and skills STEM can offer than of its impact on university admission or future careers. Given that their children were of pre-school or elementary-school age, this is understandable. Furthermore, all interviewees were observed to be confident enough to provide STEM support and mentorship to their children. Their confidence was not observed to be related to whether participants had studied STEM-related subjects beyond secondary school. Below are some examples.

Colin reported having done experiments at home with his children on a regular basis and considered himself to be a "*learning stimulator*" to them. Mary reported having limited science knowledge. Still she would stimulate her children by showing some science-related videos and simulations from the Internet. In her view, her children are so poorly prepared in school that even she can support and mentor them. Naomi, in turn, reported that her engineer husband takes the lead when it comes to specific STEM contents. Robert reported having a limited understanding of modern technology required for some of his son's school projects. Yet, he would always make himself available so that he and his son could learn how to use the technological tools together. Ivan and Jane reported being very confident to support and mentor their children. Their support and mentorship come in many ways. Apart from helping with homework activities, both regularly suggest additional STEM-related resources to their children. Also, they use everyday life situations as opportunities to help their children develop problem-solving skills, thus connecting STEM to their lives.

4.4 RQ4: From parents' perspectives, what are effective ways for schools to encourage parents to support their children's STEM education?

Questionnaire respondents considered the following ways as the most effective for schools to encourage parents to support their children: (1) Promoting STEM events at school (86.2%); (2) Informing parents about activities in science centres (82.8%); (3) Creating a classroom blog for parents to access from home (72.4%); and (4) Establishing a direct line of communication between teacher and parents (65.5%). Besides, 26 questionnaire respondents (89.6%) considered parental involvement in STEM education either "very important" or "important". Interestingly, teacher-parent communication, or lack of thereof, was a sensitive matter for two of the six interviewees, Mary and Naomi. They reported being uncomfortable and disappointed with the responses they obtained from their children's school teachers. Ivan and Jane, however, dealt with sensitive issues with teachers in a straightforward confident manner.

Even though BC K-12 curriculum is available online, that was not reported to be an effective way for interviewees to become familiar with their children's school STEM programs. Ivan and Robert, for example, reported having become familiar with their children's science curriculum through projects or homework assignments done together at home. Jane, Naomi and Mary, on the other hand, reported having accessed the online version of their children's school curriculum. However, that was not a meaningful experience for them, and consequently they did not do that on a regular basis. Mary is the one who showed the greatest discomfort about not having any information about her children's mathematics and science school programs. She tried to obtain some information by asking the teachers, but was told to consult the online documents by the Ministry of Education. She did so, but could not find any connection between that curriculum and her children's actual STEM school programs.

5 Conclusions and Implications for Practice

Given that all study participants attended the FMSD, which is a STEM outreach event, it is not surprising that they held positive views about formal and informal STEM education. To corroborate that, interviewees made a substantial number of comments further emphasising their positive attitudes towards STEM. Moreover, all study participants believed that taking their children to outreach events and science centres are the most effective ways to engage them with STEM.

Questionnaire respondents chose the following reasons for encouraging their children to study STEM, as it: has various everyday life applications (93.1%); opens interesting ways to learn about the natural world (89.7%); is fun (89.7%); is at the core of technological innovations (82.8%); helps students develop critical thinking (86.2%); and opens exciting and well-paid career opportunities (48.3%). Likewise, interviewees emphasised the importance of the knowledge and skills STEM can offer children over STEM's connection to university courses and future careers. The argument valuing STEM-related subjects as the prerequisite for university admission was only selected by 31% of the questionnaire respondents. Moreover, questionnaire findings indicated that the parents who had STEM-related careers did not necessarily expect their children to follow in their footsteps (13.8%). Questionnaire respondents also selected the following options for supporting their children STEM education: helping with homework assignments (82.6%); asking about what children are learning in school (75.9%); encouraging children to watch STEM-related shows (72.4%); connecting STEM to important societal and political issues (62.1%); and enrolling children in after-school programs (51.7%).

Another interesting finding highlights the importance of hands-on interactive activities, which was a key element of FMSD. All study participants rated the event as either very interesting (79.3%) or interesting (21.7%). Besides, all of them would recommend FMSD to others. Moreover, all the interviewees praised the way FMSD was set up. For them, having interactive activities was a key aspect of the event's success. This explains why interactive STEM engagement has become an increasingly important part of STEM outreach worldwide. Additionally, study participants acknowledged the importance of parental participation in their children's formal and informal STEM education. Thus, as an important implication for practice, it is crucial that schools and science outreach providers find ways to connect with the students' families, reaching to the parents as well as to the children. However, more than one-third of the participants (35.7%) considered themselves "unfamiliar" with their children's school STEM curriculum. Moreover, the availability of an online version of the official curriculum was insufficient for the participants to learn about their children's school STEM programs. For them school-family, parent-teacher, and parent-child interactions were more efficient channels of communication. This also has important practical implications for STEM educators, educational administrators and STEM outreach providers.

Questionnaire respondents considered the following ways as the most effective to encourage parents to support their children's STEM education: Promoting STEM events at school (86.2%); Informing parents about activities in science centres (82.8%); Creating a classroom blog for parents to access from home (72.4%); and Establishing a direct line of communication between teachers and parents (65.5%). Based on these findings, we would like to make the following recommendations to help educators, parents and policy-makers promote STEM education:

1. Many parents who would like to support their children may lack STEM expertise or even information on what can be done and how regarding both formal (in-school) and informal (out-of-school) settings. Therefore, providing parents with details about school STEM programs, for example, should encourage parental participation in their children's education. To achieve this, school-family, teacher-parent, and student-parent interactions seem to be more effective than making an online version of the school curriculum available.
2. Informing parents of STEM-related outreach events, such as FMSD or exhibitions at science centres, provides families with meaningful opportunities to engage with STEM. Such family outings are effective in facilitating cognitive as well as affective and emotional learning.
3. Interactive hands-on activities are effective in raising STEM interest in children and parents alike. Such educational approach should be encouraged in formal and informal settings. To make this approach effective, STEM facilitators must be acquainted not only with activity procedures, but also with the corresponding scientific explanations and implications.
4. Interactive hands-on STEM activities such as the ones promoted by science centres and outreach events are valuable not only for the public, but also for the activity facilitators. In the case of FMSD, activity facilitators are mostly teacher-candidates who have a sound theoretical knowledge of inquiry-based learning but little experience putting that knowledge into practice. One of the main motivations behind the creation of FMSD was to provide teacher-candidates with such opportunities. Our experience over the years has shown that teacher-candidates find it beneficial to go through the experience of setting up and carrying out the activities, as well as interacting with the public. Thus, it is desirable that teacher education programs find ways to equip STEM

professionals with the knowledge and skills to effectively interact with visitors/learners in a meaningful way.

6 Future directions

The study was focused on examining the motivation behind parental engagement in out-of-school STEM outreach. It also has revealed some challenges experienced by the parents who wanted to support their children in STEM. As parents play an important role in the educational decisions of their children, it is important to consider how these challenges can be addressed. In the follow-up studies, we are planning to investigate these challenges more carefully and propose practical solutions. We are convinced that this line of research will bring valuable insights to STEM education community and will support STEM education of our students.

7 Limitations

This study has several limitations. First, the participants are event attendees, who are already interested in STEM education. This could have an impact on the study outcomes. Second, only twenty-nine parents volunteered to participate in the study. This relatively small number of participants limits results' generalizability.

Acknowledgments

Financial support for this study was provided by the University of British Columbia Teaching and Learning Enhancement Fund.

References

Fine, M. (1993). Apparent Involvement: Reflections on Parents, Power, and Urban Public Schools. *Teacher's College Record, 94*(4), 711.

Hathaway, I., & Kallerman, P. (2012). Technology Works: High-Tech Employment and Wages in the United States. Retrieved from http://www.bayareaeconomy.org/files/pdf/TechReport.pdf

Ing, M. (2014). Can parents influence children's mathematics achievement and persistence in STEM careers? *Journal of Career Development, 41*(2), 87–103.

Kaya, S., & Lundeen, C. (2010). Capturing parents' individual and institutional interest toward involvement in science education. *Journal of Science Teacher Education, 21*, 825–841. doi:10.1007/s10972-009-9173-4

Let's Talk Science. (2013). Spotlight on science learning: The high cost of dropping science and math. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/our-research/spotlight2013.html

Let's Talk Science. (2015). Exploring parental influence: Shaping teen decisions regarding science education. Retrieved from http://www.letstalkscience.ca/Portals/0/Documents/RPS/Spotlight/LTS-Exploring-parental-influence-EN.pdf

Let's Talk Science. (2017). Canada-2067: The science of a successfull tomorrow. Retrieved from https://canada2067.ca/en/

Mathison, S. (1988). Why triangulate? Educational Researcher, 17(2), 13-17.

Milner-Bolotin, M. (2017). Science & Math Education Videos for All. YouTube Channel of Online STEM resources. Retrieved from https://www.youtube.com/channel/UCHKp2Hd2k_dLjODXydn2-OA

Milner-Bolotin, M., & Milner, V. (2017). Family Mathematics and Science Day at UBC Faculty of Education. *Physics in Canada, 73*(3), 130–132.

O'Grady, K., Deussing, M.-A., Scerbina, T., Fung, K., & Muhe, N. (2016). Measuring up: Canadian Results of the OECD PISA Study: The performance of Canada's youth in science, reading and mathematics (2015 First Results for Canadians Aged 15). Toronto. ON: Council of Ministers of Education, Canada.

Perera, L. D. H. (2014). Parents' attitudes towards science and their children's science achievement. *International Journal of Science Education, 36*(18), 3021–3041. doi:10.1080/09500693.2014.949900

QSR International. (2016). NVivo 11 for Windows. Retrieved from http://www.qsrinternational.com/products_nvivo.aspx

The National STEM Learning Network. (2017). Supporting STEM Learning. Project ENTHUSE. Retrieved from https://www.stem.org.uk

Appendix

Helping Your Kids Succeed in Math & Science

This questionnaire is part of a research project being carried out in the Department of Curriculum and Pedagogy (Faculty of Education) at the University of British Columbia. The goal of the study is to investigate how we can enhance parental engagement in their children mathematics and science education to support each and every student.

This project is led by Author (email). It will take you about 10 minutes to complete. Thank you for your cooperation.

1. What best describes your relationship with the child/children you have been accompanying to this event?

( ) parent or legal guardian.	( ) other family member.
( ) grandparent.	( ) family friend.
( ) Other.	

2. What is your age group?

( ) 19-24	( ) 25-34	( ) 35-44	( ) 45-54
( ) 55-64	( ) 65-74	( ) 75+	

3. Where were you born?

( ) Canada	( ) USA	( ) Mexico
( ) Latin America	( ) Middle East	( ) Asia
( ) Oceania	( ) Africa	( ) Europe

4. What is the highest level of math course you took in secondary school?

( ) The only level of math course offered by my school.
( ) The highest level math course offered by my school (for example, calculus).
( ) The intermediate level math course offered by my school (for example, pre-calculus).
( ) The lowest level math course offered by my school (for example, algebra).
( ) I didn't take any math courses in secondary school.

5. What's the highest level of math that you studied beyond elementary school?

( ) I didn't study math beyond elementary school (or equivalent).
( ) Secondary school math.
( ) Undergraduate level (college or university).
( ) Graduate level (Master's or PhD).

6. What's the highest level of science that you studied beyond elementary school?

( ) I didn't study science beyond elementary school (or equivalent).
( ) Secondary school science.
( ) Undergraduate level (college or university).

7. Which Family Math & Science Day events have you attended in past? (Please select all that apply)

( ) 2010	( ) 2011	( ) 2012	( ) 2013
( ) 2014	( ) 2015	( ) 2016	( ) I haven't attended any of the events.

8. What is your general impression of the event?

( ) Very interesting.	( ) Interesting.	( ) Not so interesting.

9. Would you recommend other families to attend this event in the future?

( ) Yes.	( ) I'm not sure.	( ) No.

10. Why would you encourage your child to study math & science? (Select all that apply.)

( ) Math & science are fun.
( ) Math & science provide an interesting way to learn about the natural world.
( ) Math & science have many everyday life applications.
( ) Math & science are at the core of modern innovations (technologies, etc.).
( ) Math & science will open many exciting and well paid job opportunities for children.
( ) Math & science help students to develop critical thinking skills.
( ) Math & science are required courses for university admission.
( ) Your own profession/occupation is related to math & science and you'd like your child to follow in your footsteps.
( ) Other.

11. What are effective ways for parents/families to encourage their children to study math and science? (Select all that apply.)

( ) Taking children to science museums, aquariums or other math- or science-related events.
( ) Asking children about what they've been learning in their math or science classes at school.
( ) Helping children with their math and science homework assignments.
( ) Enrolling children in after-school math and science programs.
( ) Pointing out the role math & science play in dealing with important societal and political issues (news, etc.).
( ) Encouraging children to watch math & science-related shows, such as Cosmos, the Animal Planet, etc.
( ) Accompanying children to math- and science-related events such as this one.
( ) Other. (Please specify) ______________________

12. How can schools encourage parents to support their children in math & science education? (Select all that apply.)

( ) Assigning homework activities that require parental involvement or support.
( ) Establishing a direct line of communication, by email messages, for example, between teacher and parents to enable parents to get some feedback on their children's progress in science and math.
( ) Creating a classroom blog parents can access from home to find out what students are doing in math and science at school.
( ) Informing parents about math- and science-related activities in museums, for example, parents can visit with their children.
( ) Promoting math- and science-related events in school (i.e. science fair) for parents to visit.
( ) Other. (Please specify) ______________________

13. How familiar are you with the math & science school curriculum offered by your child's school?

( ) Very familiar.	( ) Somewhat familiar.	( ) Not familiar at all.

14. How important is parental involvement in math & science education of their children?

( ) Very important.	( ) Important.	( ) Somewhat important.
( ) It is not very important.	( ) It is not important at all.	

15. Please share with us your general feedback and suggestions about the event.

____

____

____

16. Would you allow us to contact you to discuss how we can improve math & science opportunities for your children?

( ) yes ( ) no.

17. If your answer to question 15 is YES, and you would like to discuss your ideas with us, please leave your first name and email address (or phone number) in the space below. We will be happy to contact you.

Name:	Contact number/address:

Teachers' influence on the quality of pupils' written explanations – Third-graders solving a simplified arithmagon task during a mathematics lesson

Anu Laine, Maija Ahtee, Liisa Näveri, Erkki Pehkonen and Markku Hannula

Faculty of Educational Sciences, University of Helsinki, Finland

Article details

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 87–104

Received 30 May 2017
Accepted 16 May 2018
Published 21 June 2018

Pages: 18
References: 23
DOI:10.31129/LUMAT.6.1.255

Contact: anu.laine@helsinki.fi
www.lumat.fi

The aim of this study is to find out whether there is a connection between teacher's request and guidance for written explanation and third-graders' achievements in solving a non-standard problem. Pupils' task was to solve a simplified arithmagon and to explain their solution. The lessons of seven teachers were recorded and their actions were examined and categorized during a problem-solving lesson. Also pupils' solutions were checked and classified. The teacher's behavior seems to have a crucial role in the quality of pupils' written explanations. The third-graders had difficulties in writing their reasoning for solving the problem.

Keywords: arithmagon, elementary education, mathematics, problem solving, written explanations

1 Introduction

A developmental shift has taken place in research and teaching on proof and proving (Mariotti, 2006). Originally proof and proving were related to older students' learning of more advanced mathematical topics. More recently, proving and argumentation has been acknowledged as an essential part of mathematical knowledge building for all and there seems to be a general trend towards including the theme of proof in the curriculum (Mariotti 2006; Hanna & de Villiers 2008). This is the case also in Finland. Hemmi, Lepik and Viholainen (2013) have analyzed Finnish, Swedish and Estonian mathematics curricula from the perspective of how proof-related competences are built during compulsory school. The Finnish compulsory school curriculum guides teachers to consider proof-related competences from the very beginning in a systematic way (Hemmi et al., 2013). The pupils are, for example, expected to learn to explain their solutions and reasoning by concrete models, pictures, orally and in written form already in 1st and 2nd grade (FNBE 2004; 2016). Explanations about own thinking and solutions are therefore regarded as important first steps toward proof and proving competences.

This paper concentrates on third-grade pupils' explanations of their strategies in a non-standard problem. Non-standard problem is here defined as a problem that has more than one solution and requires at least some new thinking in order to be solved. In this article we are especially interested in what kind of teachers' actions help the pupils to write down their explanations for their solution.

2 Theoretical background

Here we will deal with theoretical constructs that are central for the following empirical study: explaining and justifying own thinking and the teacher's role in fostering written explanations during a problem-solving lesson. We will observe the teachers' role during the problem-solving lesson, especially from the viewpoint of their support for pupils explaining their thinking.

2.1 Explaining and justifying own thinking

Justification is one of the main components in the mathematical reasoning process (Lannin, Ellis, Elliot & Zhiek, 2011). Mathematical reasoning happens through making conjectures, investigating and representing findings and explaining and justifying conclusions (Martin & Kasmer, 2009). Justification can be defined as "providing mathematical arguments to support a strategy or solution" (Grønmo, Lindquist, Arora, & Mullis, 2015.) This means that a mathematical justification is a logical argument based on already understood ideas (Lannin & al, 2011).

Whereas a justification provides grounds, evidence, or reasons to convince others that a claim is true an explanation can be defined as making clear or telling why something exists or happens (Thomas, 1973). Yackel (2001) gives an example in the case of the task "How can you figure out 16+8+14?" If a pupil responds, "I took one from the 16 and added it to the 14 to get 15 and 15; then I added the 15 and the 15 to get 30, and the other 8 to get 38," we would infer that she was explaining her solution to others. However, the challenge that "you first have to add the 16 and the 8 and then add 14 to that sum" is a request for a justification. Learning to explain own thinking provides therefore a basis for learning to justify.

Explaining own thinking is not easy. Evens and Houssard (2004) investigated how well 11-year old pupils were able to write down explanation for their thinking. They found out that many children appeared to understand the mathematics but were not able to give adequate explanations. Many children were part-way to providing a full answer, but they would have needed more details or they should have been more precise. According to Yackel (2001) the meaning of acceptable mathematical explanation is not something that can be outlined in advance for students to “apply.” Instead, it is formed in and through the interactions of the participant in the classroom. Both explicit and implicit negotiations contribute to developing these understandings.

Teachers have an important role in learning to explain and justify own thinking. Teachers can help pupils to improve their abilities to write down explanations by questioning. Evens and Houssard (2004) conclude that teachers should assist children to express what they already know in a more precise way and encourage them to improve their answer and to build on it. Pehkonen (2000) found out in her research that pupils’ ability to justify their solution depended more on teaching group than on age because some teachers are better in supporting pupils’ explanation and justification skills. This could be due to the fact that children need to learn that their explanations and justifications need a mathematical, rather, than a social basis (see Yackel & Cobb 1996).

Learning to explain own thinking has many benefits. Explaining and justifying answers in writing develops metacognition (see Schoenfeld, 1992; Schneider & Artelt, 2010). Therefore it is important already at elementary level (FNBE 2004; 2016). Explanation of a solution also helps the pupils as well as the teacher to find a possible error in reasoning. Simon & Blume (1996) emphasize the development of mathematical justification in the connection of communication within a class. Teachers have to understand how such competence develops and they should establish a mathematics community that sees mathematical reasoning as an important part of learning (ibid.). The introduction of young children to the practice of “mathematical argumentation” has been the key objective of a number of research projects (e.g. Maher & Martino 1996) designed to create classroom norms that support the emergence of argumentation and proof making in children’s discourse.

2.2 Teacher’s role in fostering written explanations during the problem-solving lesson

Problem solving is a good way to practice explaining and justifying own thinking but components of reasoning should be a consistent, everyday part of pupils’ mathematics studies (Parrish, 2011). Stein, Engle, Smith and Hughes (2008) identify three main stages of a problem-solving lesson, and teacher role in each of the phases. First, during the *launch phase* the teacher introduces the problem and helps pupils to understand the content of the problem. S/he introduces the problems without giving solution methods or examples. S/he must ensure that pupils understand what they are required to do and the nature of the things they are expected to produce. S/he should motivate the pupils, organise the work, set up the resources and plan the timing for the session. During this phase the teacher can highlight, if oral or written explanation is required.

In the *explore phase* (Stein et al., 2008), pupils work on the problem, often discussing it in pairs or small groups. During this phase the teacher typically supports pupils' autonomous work by encouraging them to solve the problem both using activating support (i.e. focusing on relevant ideas in pupils' thinking) or commenting support (i.e. giving positive feedback like "Good work") (Laine et al., 2018). The teacher also reminds the pupils what they are required to do. The teacher can facilitate pupils' construction of an explanation by first asking them to explain their thinking in their own words and then encouraging them to write it down (see also Evens & Houssart, 2004).

In the *discussion and summary phase*, the lesson concludes with a whole-class discussion of pupils' solutions for the problem (Stein et al., 2008). During this phase, the whole class views and discusses a variety of approaches to the problem. During this phase the teacher can discuss the different explanations given and focus pupils' attention on the elements of a good explanation.

3 Research questions

In a problem-solving lesson third graders were given a non-standard problem to be solved. In the task assignment, the pupils were also asked to write down how they had found their solution. When we were looking at pupils' responses, we found that these varied substantially across the different classes. To find a reason for this, we looked at how the teachers had requested the pupils to justify their solutions. Consequently, the following two research questions were set:

1. How do the pupils explain their solutions for the non-standard problem?
2. In what way are the teachers' actions to foster written explanations related to the explanations given by the pupils?

4 Methodology

This study is part of the Finland–Chile research project (Academy of Finland, project #135556) in which the participating teachers conducted a mathematics lesson, where they used an open problem-solving task, once a month (see more, e.g. in Laine et al., 2018). In this study we concentrate on the lessons of seven female teachers (Eva, Julia, Katie, Lily, Ruby, Sarah, and Sophie) and their 94 third-graders from the metropolitan area of Helsinki. The arithmagon task was conducted in schools in February 2011. At the time of the study the pupils were about 9 years old.

4.1 Arithmagon task

An arithmagon is a triangle where the sum of the corner numbers is given in the middle of the sides (cf. Mason, Burton, & Stacey, 1982, 160). The task sheet given to the teachers contained both the verbal definition of an arithmagon and a numerical example (Figure 1a). In the introduction an example in which the sums in the middle of the sides were to be solved (Figure 1b) was given. As the actual task the pupils had to 'solve two simplified arithmagons' (Figures 1c and 1d). Furthermore, they were asked to 'invent a method how you can always solve the corner numbers when the numbers in the middle of the sides are given and two of these are equal'. In an extension task the pupils were asked to make their own arithmagon problems with their group members. While finding a method for solving general arithmagon is too difficult for most pupils of this age, our simplified version with two same numbers is more appropriate for them.

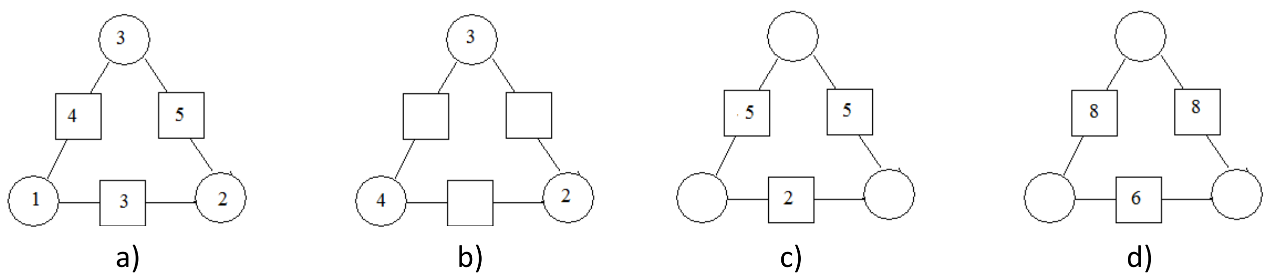


Figure 1. a) The structure of an arithmagon task, b) an introductory task in which the sums in the middle of the sides were to be solved, c) and d) the two tasks in which a simplified arithmagon with two same sums were to be solved.

This task is a non-standard task which requires new thinking. Pupils have to think backwards in order to figure out how the numbers should be located in the arithmagon. The main idea is to understand that if the numbers in the middle of the sides are equal also the numbers at the bottom corners have to be equal. In our analysis, the key aspect is the request to invent a method to find the missing numbers and to describe it. When pupils write down their solution method they have to think back what they have done and why this method works. By doing this they rehearse explaining their own thinking.

4.2 Data gathering and analyses

One of the authors (LN) observed and video recorded the teachers' actions. After the lesson (45 min) the pupils' solution papers were collected and given to the researcher. The pupils' solutions were checked and the written answers were classified. Four categories were found:

1. Two same numbers
2. Addition
3. Vague expression
4. No explanation.

Examples of pupils' explanations are given in Table 1. The videos recorded during the lessons were watched and the transcribed text read through many times. In order to form as exact understanding of the lessons as possible different ways to classify the material were discussed together. Finally, the teachers' actions in the launch and explore phase were decided to be classified by paying special attention to how the teachers requested the pupils to explain their solution.

5 Findings

We first discuss pupils' performance in solving the arithmagon problem and their explanations. After this we describe the teachers' actions in launch and explore phase in order to understand the connection with teachers' actions to pupils' solutions. We pay attention especially to how the teachers emphasized that the pupils' assignment was to explain how they could always solve arithmagons with two same numbers.

5.1 Pupils' performance

The solutions of the two main arithmagons (Fig. 1c & d) were obtained from 94 pupils. About half of the pupils, 41, gave some kind of written explanation. These answers were carefully read many times before classifying them in four categories given in Table 1. In the best explanations, category X.1 '*Two same numbers*', the pupils had paid attention to the fact that these arithmagons contained two same numbers. The pupils had difficulties to express themselves clearly. For example, in subcategory X.1 we interpreted that in the answer like *I calculated first the numbers at the bottom line* the pupil had notified the fact that there are two same numbers. In category X.2 '*Addition*' we placed the answers in which the pupils noted that they had used addition in their calculations when they had tried to find numbers to the corners. The third category X.3 '*A vague expression*' contains the answers in which the pupils had written that they just calculated. These expressions are more like descriptions than strategies to find a solution. Most of the pupils did not write anything but some just wrote that they did not know, and these answers were included to category Y, '*No explanation*'.

Table 1. The distribution of the pupils' explanations in the four categories with examples

Category		**Examples**	**Number of pupils**
X	Explanation		41
X.1	Two same numbers	*There are always two same numbers in the triangles.* *I started by adding the topmost number, because this one number has to fit with two numbers.*	13
X.2	Addition	*I just did + calculations.* *I added the corner numbers because so I got the numbers in the sides.*	16
X.3	A vague expression	*I just calculated.* *Finally I just understood it.*	12
Y	No explanation	*I don't know.*	53

There were big differences between the classes. Most of the pupils in Katie's, Sophie's and Lily's classes gave an explanation whereas in Ruby's and Julia's classes only two pupils wrote an explanation, and in Eva's and Sarah's classes no-one wrote an explanation. In order to understand the differences we started to analyze the teachers' actions during the problem solving lesson.

5.2 Teachers' actions

Katie went through tasks 1a & b. After that, the pupils worked with tasks 1c & d and three additional tasks similar to those invented by Katie. While giving the task assignment she stressed the explanation as a part in it:

> What kind of strategy did you use? How did you find the numbers? Now you should write it down. Did you find a strategy when there are those two numbers in the sides? Did you find that they can always be resolved in some kind of similar way? So think now what it was that in all these cases you were doing in the same way. What was going on in your thinking?

Katie guided some of her pupils especially to look for the solution strategy. By questioning she required more details like here from Emily, whose explanations were vague. She tries to get Emily to notice that the corner numbers are equal.

> Katie: Where did you start? What did you do here?
> Emily: I added.
> Katie: Is that enough? How do you explain that?
> Emily: It is a plus calculation.
> Katie: What plus calculation? What numbers are those then? Next to each other, or what?
> Emily: I don't know. 1+4 =5, 1+4 =5, and 1+1 =2. All are plus calculations.
> Katie: What do you notice about those corners?

During the explore phase Katie emphasized the point of two same numbers and finding an explanation to the solution. She also gave activating support to the pupils like here to Emily. Only after the pupils had written their strategies how they had solved the arithmagons, they were allowed to move to compose additional problems. Quite many pupils were able to point out two same numbers in their explanation. Emily wrote:

> "I used addition. I noticed that there are always two same numbers in the triangles."

Katie had changed the task assignment by giving three extra arithmagons that helped the pupils to recognize the meaning of two similar numbers. Katie requested very strongly the pupils to write down their explanations. She also gave support for this by asking questions, and encouraging pupils to write more precise explanations.

In the launch phase **Sophie** helped pupils to pay attention to central aspects of the task by questioning with the whole class. She pointed to the arithmagon with two same numbers (Fig. 1d) in the screen.

> "Your task now is to think what numbers come to these corners. Which numbers do give the answers like here 6 and 8 and 8?"

She clearly instructed the pupils to find an explanation to their solution when the arithmagon contained two same numbers:

> You should quite independently, by yourself, think what will be the solution. And when you have thought that, you should also think that if there is some rule how this kind of arithmagon can always be solved. When there are two same numbers and one different number, what is the rule how it can be solved?

Unfortunately, Sophie gave also the additional tasks in the same sheet, and the pupils were more interested in inventing arithmagons to their mates than concentrating in writing explanation.

During explore phase, Sophie advised and repeated many times with loud voice that everybody has to write down how one has solved the problems. She tried to activate the pupils' thinking but she gave e.g. the following rather slight instructions:

> Sophie: Yes, you have to think such numbers, that this is correct in every direction. Write down how you solved it, where you started? Try to remember.
> John: I added... I do not know.
> Sophie: So write that then.

Sophie stressed that it is important to write down an explanation for their solution. She also supported pupils work by questioning but she did it in a more general level than Katie. She also gave right away the extra more interesting task for the pupils and did not check that they wrote down the explanations. Two pupils were able to produce an explanation with the idea of addition:

> "I add the numbers and there comes the number that is between them."

Lily's pupils just read the task sheet by themselves and started working. Thus Lily did not request about explaining their thinking. After about 30 min from the beginning of the lesson she noticed that the pupils had not written down their explanation. She interrupted the pupils' working and stated to the whole group:

> Now everybody has missed one very important point on the task sheet and it is just because you are not used to do it. That important point is here in the middle of the sheet. It can be solved in many ways. How did you solve it? Write it here. Try to write how you thought. This is the important thing. It is here the really important thing, how you thought.

Doing this, Lily emphasized to her pupils the importance of providing a written explanation.

After that she continued to advice the groups, emphasized to write the invention of the strategy with two same numbers but supported their thinking in a rather general level.

> Lily: This is a good start. Here it says in many different ways. First you had different numbers. How did your thinking change with two same numbers? Because two same numbers may be solved in another way than the case when all numbers are different. This is a good starting sentence that you already have written. Continue this explanation further.
> Pupil: Our explanation did not change.
> Lily: Think how it could be changed.

Similarly to Katie, we see Lily pushing her pupils to provide more details but she did not pose questions that could have helped pupils to a higher level in their explanations. Therefore pupils' explanations were very short like: "I added."

In the launch phase **Ruby** went through the examples 1 and 2 on the blackboard with the pupils. She reminded the pupils about the solving method and emphasized that the pupils should write down how they solved these problems. However, she did not pay attention to the special case of two same numbers.

> Who can calculate backwards? In an arithmagon the result would be known but not the numbers that give the result. In the next arithmagon task the results are already given. Now together with your mate you have to think aloud how this result has been obtained. With which numbers is the result possible? Is there some way how these arithmagon problems can be solved with backwards calculation. You can write there for example that 'I think that the arithmagon tasks are solved so and so'. You have now some time to think and solve this task together with your mate. When you know how these arithmagons can be solved, call out aloud 'I invented!'

Ruby was the only one to take up the method to find the addends when the sum is known. She also was quite explicit bringing forth the importance of verbalizing the explanation. In the explore phase the pupils started in pairs to solve the main problems, and Ruby walked around giving advice to the pupils. She remarked many times that the pupils have to write down how they had solved the arithmagons. But she paid no attention to the demand of two same numbers.

> Tom: I solved both.
> Ruby: You did. Try to invent some way how you solved this. Why did just those results come to your mind? Just write it. Discuss with your mate how you found this result.
> Tom: Now I know how I got those.
> Ruby: How?
> Tom: Using addition, it just came straight to my mind.

In this case we see that although Ruby requires an explanation, she, unlike Katie and Lily, did not push her students to think more details. Unfortunately she also gave the pupils a more complex problem, the general arithmagon, to be solved because she paid no attention to the existence of two same numbers. Nevertheless two pupils were able to produce an explanation containing the idea of two same numbers:

> "I started by adding the topmost number, because this one number has to fit with the two numbers

In the launch phase **Julia** went through the examples questioning with the whole class. Then she gave the arithmagon tasks (Fig. 1c & d) without paying any attention to the case of two same numbers. She emphasized that the task is to find a rule according to which an arithmagon can be solved. Unfortunately the task she gave to the pupils was to find a rule to solve a more general arithmagon:

> In the next task, however, the numbers in the corners are missing (Fig. 1c) and now your task is to find out in what different ways the numbers in the corners can be found. And you and your pair have to discuss together, if there is some general rule or a way how the numbers in the corners can always be found. Is there some way that it can be solved?

In the explore phase after delivering the task sheets Julia walked around the class and discussed with every pair. The conversation with a pair was as follows:

> Julia: Have you boys found already some solutions?
> Harry and Charlie: Yes.
> Julia: Have you found reasons, justifications, that will always work? How did you Harry solve it? How did you reason those numbers?
> Harry: Down there two threes because 3+3=6." (see Fig. 1c)
> Julia: Did you find some common thing how these are easy to solve?

> Charlie: Same number.
> Julia: Is it possible to explain such a thing when those given numbers are not same ones. Try if you can make such arithmagons in which the given numbers are not same ones.

As can be seen from this extract by asking questions Julia pushed her pupils to provide more details in their explanation. However, she also posed the more challenging task and asked reasoning for a more general arithmagon. When the pupils justified the case with two same numbers she just passed it. Regardless, two pupils wrote an explanation stressing addition:

> “I added the two numbers and made the sum.”

In the launch phase **Eva** gave the pupils an assignment to construct own arithmagons, both those with numbers in the corners and those with numbers in the sides. She read straight from the task sheet also the part about finding a method but she neither emphasized nor returned to it later.

> Now we have to start thinking how we could construct these ourselves. And at the same time when you are thinking and constructing them you should also try ’to conjecture some method with which you can always solve the numbers in the corners of any arithmagon in which the numbers on the sides are given and there are two same numbers on the sides‘. Now you have to invent your own tasks based on these tasks we just did; either such in which the numbers in the corners have to be solved or such in which the numbers in the sides have to be solved, i.e. either easy ones or a bit more difficult ones.

In the explore phase she delivered sheets with empty arithmagons, walked around and stressed that the numbers should not be equal:

> Here you have used same numbers. Could you make it so that numbers are not equal?
> You can use all the numbers in the world. Try.

Therefore, Eva like Julia asked solution for a more general arithmagon but she did not request any explanation. None of the pupils wrote an explanation.

Sarah showed the task sheet and used plenty of time in the first two examples (Fig. 1a&b). After that she went through the first main arithmagon (Fig. 1c) by asking numbers one at a time from the pupils. The pupils seemed to be quite frustrated.

> Sarah: Now we have the sums in the squares here in the middle, and in these circles you should put the missing numbers. Raise your hand when you have figured it out.
> Pupil: 1.
> Sarah: What would then come there [points to the upper corner]?
> Pupil: 4.
> Sarah: Why 4?
> Pupil: Because 1+4=5.
> Sarah: When we are working with a problem solving task it is important that we can justify why we come to a certain result. Here we found that of course 1+4=5. How would you start thinking this other problem [Fig. 1d]?

Here we see that Sarah was explicit in requesting a justification only to a part of the problem. She paid no attention to explaining the whole problem. The pupils worked eagerly in solving the second main problem (Fig. 1d) but wrote no explanation. After that they started to construct arithmagons for their mates to solve.

5.3 Relation between teachers' request and guidance of explanation and pupils' performance

The teachers guided their pupils in different ways and emphasized different things in their instructions. The pupils' answers reflect on the one hand the task that the teacher presented in the lesson, but on the other hand they also respond to the teacher's conception of the task. In Table 2 we have cross-tabulated the way how the teachers requested written explanations, how they supported the pupils to explain their solution and the pupils' performances.

Table 2. The cross-tabulation of the teachers' demand and support for written explanations, and the pupils' performance.

	Katie	Sophie	Lily	Ruby	Julia	Eva	Sarah
Explanation requested	Yes	Yes	Yes	Different task	Different task	No	No
Support for explanation	Deep questioning	Questioning	Questioning	Questioning	Deep questioning	No	No
X.1 Two same numbers	11	0	0	2	0	0	0
X.2 Addition	4	2	8	0	2	0	0
X.3 Vague expression	1	8	3	0	0	0	0
Y. No reasoning	1	2	4	14	11	8	13
Number of pupils	17	12	15	16	13	8	13

The differences between the teachers may explain at least a part of the differences in their pupils' achievements. As can be seen from Table 2 most of the three teachers', Katie's, Sophie's, and Lily's pupils wrote down at least some kind of explanation. These teachers had specially emphasized the restriction of two same numbers. They also tried to activate the pupils' thinking by asking questions. Altogether 11 pupils in Katie's classroom had documented well their strategy (X.1). It is obvious that when a teacher guides the pupils, especially with the aim how they solved the problem, like Katie did, the pupils write better explanations. Another reason for this achievement could be that Katie gave more material, three more problems, to the pupils to find the connection. She also gave the task in sequences, and time for quiet pondering:

> "Now work by yourself and give peace for others because these tasks are such that demand pondering."

After the pupils had solved the arithmagon problems Katie guided them to think and write the strategy on their task sheet. She paid attention to the pupils' solutions and asked questions based on them and by doing that helped pupils to produce more accurate explanations.

Sophie gave her pupils two assignments: to think about the strategy, and to construct arithmagon problems to their mate, simultaneously in the launch phase.

The majority of the pupils just gave a vague explanation 'I just calculated.', even though Sophie emphasized writing down the strategy. The second task tempted the pupils more so that they did not concentrate to think about their strategies. In Lily's lesson the pupils had solved the two arithmagon problems before Lily took up the request to write down the strategy for solving. Most of the pupils wrote down their explanation but they had to try to recall what they had thought. Sophie's and Lily's questions were also more general than Katie's questions as they were not based on pupils' answers.

Ruby gave her pupils the method, calculating backwards, but unfortunately, she did not emphasize the restriction of two same numbers at all. Ruby and Julia requested explanations for a general arithmagon with three different sums. Sarah talked about explanation in general just in the beginning of the lesson and never returned to it later. Eva paid no attention to the request of written explanations.

6 Discussion and conclusions

The third-graders had no problems in solving the main arithmagons, and they were eager in constructing additional arithmagons with their classmates. However, they had difficulties to explain their thinking in the written form even though the importance of explaining their reasoning is included in the Finnish curriculum (NBE 2004) as a core task in mathematics teaching already in grades 1-2. Less than half (44%) of the pupils were classified to category X ´Explanation given´, and most of them (68%) only stated that they used addition or that the solution just came into the mind. Quite few of the third graders (14%) had written an acceptable mathematical explanation for the solution of the main arithmagons. We also noticed that pupils' performances varied between teaching groups. These findings are in line with earlier research (Evans & Houssart, 2004, Pehkonen, 2000).

It seems important (see Table 2) that the teacher should pay special attention to requiring explanation as part of pupils' learning. In all classes where explanation was requested pupils wrote down their explanations. It is interesting that also in classes where the teacher (Ruby and Julia) requested explanation for different task the pupils were able to write down correct explanation. Secondly, teachers' questions helped pupils to write down explanations. Especially deep questioning which activated pupils' thinking helped pupils to provide more details in their explanations.

In our research project (see Laine et al., 2018) the participating teachers conducted an open problem once a month in their class. The implementation of the tasks was discussed in the researchers' and teachers' meetings before and after lessons. Teachers planned independently their own lessons and their ways to implement the task were clearly different. Teachers had understood the importance of activating in the project meetings. That is why most of them tried to activate pupils in their thinking by posing questions. Instead, it seems that not all the teachers had prepared well enough their lesson. Ruby and Julia had not noticed the special case of two same numbers and, therefore, they asked their pupils to find solutions and explanations when all the numbers were different. Sarah and Eva for their part let their pupils to construct additional arithmagons to their mates immediately after they had solved the main arithmagons. In the meeting after the arithmagon lesson Sarah told that she had totally missed the part of writing down the explanations. Whereas Eva told in the meeting that her pupils were so keen to construct arithmagons with three numbers that they had no time to write down their explanations. Preparation to teach a non-standard problem requires perhaps a different aptitude to instructional situations than a 'normal lesson'. The teachers should carefully familiarize themselves with the task by solving it in order to be prepared for pupils' comments and questions about the task. In that way they would be able to pose good questions that help pupils to explain their thinking.

It is important to notice that explaining own thinking should be a regular and natural part of mathematics lessons (FNBE, 2016). However, it seems that this was the first time when the pupils were asked to write down their thinking. Written explanations help pupils to insure that their idea is reasonable. It also helps them to remember and confirm new mathematical understanding (Bicknell, 1999). That is why it would be desirable that pupils would themselves feel a need of justifying their solutions in order to understand them better. Tasks and routines that promote discussion and sharing of ideas are useful in creating a culture of sense-making and reasoning (Parrish, 2011). For example problem-solving tasks and games are useful for creating a motivating context for comparing different strategies and for rehearsing justifying own thinking (Olson, 2007) However, based on our long experience as teacher educators, teachers are not used to this kind of teaching. It is possible that producing explanations is not easy for the teachers, either. It would be interesting to analyze how teachers' abilities to guide explaining developed during the research project.

References

Bicknell, B. (1999). The writing of explanations and justifications in mathematics: differences and dilemmas. In J.M. Turan & K.M. Turan (Eds.). *Making the difference. Proceedings of the 22nd Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 75-83). Adelaide: MERGA.

Evens, H. & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: "I know but I can't explain". *Educational Research*, *46*(3), 269-282.

FNBE (2004). *National Core Curriculum for Basic Education 2004*. Retrieved from http://www.oph.fi/english/curricula_and_qualifications/basic_education

FNBE (2016). *National Core Curriculum for Basic Education 2014*. Finnish National Board of Education. Porvoo, Finland: Porvoon Kirjakeskus Oy.

Grønmo, L.S., Lindquist, M., Arora, A. & Mullis, I.V.S. (2015). TIMSS Mathematics Framework. In I.V.S. Mullis & M.O. Martino (Eds.). *TIMSS 2015 assessment frameworks*. (pp. 11-28). US (Boston): TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)

Hanna, G. & de Villiers, M. (2008). ICMI study 19: proof and proving in mathematics education. ZDM – *The International Journal on Mathematics Education*, *40*(2), 329-336.

Hemmi, K., Lepik, M. & Viholainen, A. (2013). Analysing proof-related competences in Estonian, Finnish and Swedish mathematics curricula – towards a framework of developmental proof. *Journal of Curriculum Studies*, *45*(3), 354-378.

Laine, A., Näveri, L., Pehkonen, E., Ahtee, M., & Hannula, M. S. (2018). Connections of Primary Teachers" Actions and Pupils" Solutions to an Open Problem. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(5), 967–983. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9809-3

Lannin, J. Ellis, A. & Elliot, R. (2011). *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Grades Pre K-8*. Reston, VA.: NCTM.

Maher, C. & Martino, A. (1996). The development of the idea of a mathematical proof: A 5-year case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 29–63.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and Future*, pp. 173-204. Rotterdam: Sense.

Martin, G.W and Kasmer, L. (2009). Reasoning and Sense Making. *Teaching children mathematics* *16*(5), 284–291.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. London: Addison-Wesley.

Olson, J.C. (2007). Developing Students' Mathematical Reasoning through Games. *Teaching Children Mathematics* *13*(9), 464-471.

Parrish, S. (2011). Number Talks Build Mathematical Reasoning. *Teaching children mathematics* *14*(3), 198–206.

Pehkonen, L. (2000). Written arguments in a conflicting mathematical situation. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *2000*(1), 23-33.

Schneider, W. & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. In *ZDM 42*(2), 149-161.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Simon, M.A. & Blume, G. (1996). Justification in the mathematics classroom: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*, 3-31.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313–340.

Thomas, S. N. (1973). *Practical reasoning in natural language* (3rd Ed.). Englewood Cliffs, NJ: PrenticeHall.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol 1.* (pp. 9-24). Utrecht, Holland: PME.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *22*, 390-408.

Matematiikan opettajien ja opettajaopiskelijoiden käsityksiä vertailumenetelmästä

Riikka Palkki

Oulun yliopisto

Matematiikan opetuksessa voidaan käyttää niin sanottua *vertailumenetelmää*, jossa oppilaat tuottavat yhteen tehtävään useamman eri ratkaisutavan tai ne näytetään heille. Tämän jälkeen ratkaisutavoista keskustellaan vertaillen. Tavoitteena on lisätä oppilaiden matemaattista joustavuutta. Tässä fenomenografisessa tutkimuksessa selvitetään, millaisia käsityksiä 25 suomalaisella matematiikan opettajalla ja opettajaopiskelijalla on vertailumenetelmästä heidän tutustuttuaan siihen ensimmäistä kertaa. Osallistujat toivat esiin erilaisia hyötyjä: oppilaat voisivat oppia useita tapoja nähdä asioita, löytää itselleen sopivan ratkaisumenetelmän, opettajasta tulisikin valmentaja ja keskustelu lisääntyisi. Tutkimukseen osallistuneet olivat huolissaan, että oppilaita ei välttämättä kiinnosta useiden ratkaisutapojen käyttö, heillä ei ole valmiuksia siihen tai menetelmä vaatisi opettajalta liikaa.

Article details

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 105–128

Received 1 January 2017
Accepted 27 September 2018
Published 3 October 2018

Pages: 24
References: 25
doi:10.31129/LUMAT.6.1.327

Contact: riikka.palkki@oulu.fi
www.lumat.fi

Avainsanat: joustavuus, vertailumenetelmä, matematiikan opetus, matematiikan opettajat

1 Vertailumenetelmä

Matematiikassa tarvitaan omaa ajattelua ja asioiden näkemistä eri näkökulmista. On tärkeää osata ratkaista tehtäviä eri tavoilla, jotta pystyy lähestymään haastaviakin ongelmia. *Vertailumenetelmäksi* kutsutaan useiden ratkaisutapojen käyttöä opetuksessa ja niiden vertailua keskustellen. Vertailumenetelmä on uusi opetusmetodi Suomessa, joten on tarpeen tutkia, miten matematiikan opettajat suhtautuvat siihen. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää laadullisella tutkimusotteella matematiikan opettajien ja opettajiksi opiskelevien käsitysten variaatiota vertailumenetelmästä heidän tutustuttuaan siihen ensimmäistä kertaa.

Vertailumenetelmä liittyy matemaattisen joustavuuden kehittämiseen, joten aluksi on tarpeen määritellä joustavuus. Tämän jälkeen perehdytään vertailumenetelmään ja sen käytön hyötyihin ja haasteisiin aiemman tutkimuksen valossa.

Matemaattinen tieto on perinteisesti jaoteltu käsitetietoon (conceptual knowledge) ja proseduraaliseen tietoon eli menetelmätietoon (procedural knowledge) (Hiebert & Lefevre, 1986). Star (2005) on ehdottanut proseduraalisen joustavuuden lisäämistä jaotteluun. Joustavuus määritellään tiedoksi useista matemaattisen ongelman ratkaisutavoista ja kyvyksi valita tehtävään matemaattisesti sopivin ratkaisutapa (Rittle-Johnson & Star, 2007; Star & Rittle-Johnson, 2008). Proseduraalinen joustavuus on yhteydessä sekä käsite- että menetelmätietoon, ja joustavat ratkaisijat tekevät tehtäviä myös nopeammin ja oikeellisemmin (Schneider, Rittle-Johnson & Star, 2011; Heinze, Star, & Verschaffel, 2009). Matematiikan opetuksen tulisi mekaanisten taitojen kehittämisen sijaan tähdätä käsitteelliseen ymmärtämiseen, jotta tietoa voidaan soveltaa joustavasti (Hiebert & Carpenter, 1992). Silti oppilaat uskovat, että tehtäviä ratkaistaan vain yhdellä tavalla, jonka opettaja näyttää (Schoenfeld, 1992).

Joustava ongelmanratkaisija esimerkiksi ratkaisee esimerkkitehtävän kuvan 1 jälkimmäisellä ratkaisutavalla. Hän kuitenkin osaa myös käyttää ratkaisutapoja soveltavasti, jos tehtävä onkin erityyppinen ja ensimmäinen ratkaisutapa parempi. Joustavuuden oppiminen on tärkeää, sillä jotta voisi varmistaa oppilaiden ymmärtävän tekemiään manipulaatioita, heillä täytyy olla myös tietty määrä joustavuutta (Hiebert & Carpenter, 1992).

$$\begin{aligned} 300(x+4) &= 600 \\ 300x + 300 \cdot 4 &= 600 \\ 300x + 1200 &= 600 \\ 300x + 1200 - 1200 &= 600 - 1200 \\ 300x &= -600 \\ \frac{300x}{300} &= \frac{-600}{300} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300(x+4) &= 600 \\ \frac{300}{300}(x+4) &= \frac{600}{300} \\ x+4 &= 2 \\ x+4-4 &= 2-4 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Kuva 1. Kaksi eri ratkaisutapaa.

Vertailun käyttö voi liittyä matematiikan eri osa-alueisiin, josta on esimerkkejä tässä tutkimuksessa käytetyissä Liitteen 1 tehtävissä. Joustavuuden kehittämiseksi voidaan pyytää ratkaisemaan tehtävä useammalla eri tavalla tai antaa valmiiksi ratkaisutapoja, kuten Liitteen 1 tehtävissä tehdään.

Vertailumenetelmä perustuu Jon R. Starin ja hänen kollegoidensa useiden vuosien työhön. Tutkimusten perusteella matemaattista joustavuutta voidaan lisätä käyttäen kolmea askelta (Yakes & Star, 2011), joita kutsun nyt vertailumenetelmäksi:

1. Vertailtavat eri ratkaisutavat esitetään rinnakkain
2. Oppilaat käyvät vertailukeskustelun eri ratkaisutavoista opettajan ohjaillessa keskustelua
3. Oppilaat saavat tuottaa samaan ongelmaan useita ratkaisuja tai luoda uusia yhtälöitä annetulla ratkaisutavalla ratkaistavaksi.

Vertailu voidaan tehdä joko oppilaiden itse tuottamia ratkaisuja tai esimerkiksi kahden kuvitteellisen oppilaan valmiita ratkaisuja käyttäen. Jälkimmäisissä, niin sanotuissa vertailutehtävissä oppilaiden tehtävänä on vertailla ja analysoida eri ratkaisutapoja. Vertailutehtäviä on saatavilla myös suomenkielisinä osana Joustava yhtälönratkaisu -materiaalia, ja niiden käytöstä on nähty hyötyä esimerkiksi virhekäsitysten selvittämisessä (JYR, 2018; Palkki, 2016).

Vertailumateriaalin käyttö oli yhdysvaltalaistutkimuksessa yhteydessä proseduraalisen tiedon kasvuun, ja useista ratkaisutavoista ja vertailutehtävistä ovat tutkimusten mukaan hyötyneet eritasoiset oppilaat (Star, Pollack, Durkin, Rittle-Johnson, Lynch, Newton, & Gogolen, 2015; Star & Rittle-Johnson, 2008; Lynch & Star, 2014a). Joustavuuden lisääntyessä oppilas pystyy muokkaamaan strategioitaan ratkaistessaan uudentyyppisiä tehtäviä ja myös hänen käsitetietonsa kasvaa (Star & Rittle-Johnson, 2008). Joustavuuden kehittäminen voidaan nähdä askeleena myös ongelmanratkaisun oppimisen suuntaan (Star & Rittle-Johnson, 2008; Elia, Van den Heuvel-Panhuizen, & Kolovou, 2009). Esimerkiksi lineaarisen yhtälönratkaisun kontekstissa voidaan harjoitella eri ratkaisutapojen käyttöä ja valita tehtävään parhaiten soveltuva ratkaisutapa, mikä on avoimemmassakin tehtävässä tarvittava taito. Taitava ongelmanratkaisija käyttää useita ratkaisutapoja (Guberman & Leikin, 2013).

Yhdysvaltalaistutkimuksessa oppilaat tekivät vertailutehtäviä. Tällöin jälkitestin korkeaan joustavuuteen liittyivät hyvät esitiedot matematiikassa ja tyttö sukupuolena (Star, Newton, Pollack, Kokka, Rittle-Johnson, & Durkin, 2015). Vertailumateriaalin käyttöön vaikuttavat paitsi oppilaisiin, myös opettajiin liittyvät seikat. Lynch ja Star (2014b) selvittivät yhdysvaltalaisopettajien käsityksiä eri ratkaisutapojen käytöstä haastatteluilla ja kyselyillä. Eri ratkaisutapojen käytön hyvinä puolina opettajat näkivät yksilöllisten erojen huomioimisen, matemaattisen ymmärtämisen kehittämisen, onnistumisen todennäköisyyden lisäämisen oppilaalle sopivan metodin löytymisen myötä, affektiiviset ja motivaatioseikat ja tehokkuuden lisääntymisen. Affektiivisilla ja motivaatioseikoilla tässä tarkoitettiin esimerkiksi oppilaiden osallisuuden lisäämistä sekä kyllästymisen ja turhautumisen tunteen vähenemistä. Negatiivisina puolina tutkimuksen opettajat puolestaan pitivät sitä, että käyttö sekoittaa oppilaan ajattelua tai aika ei riitä. Huonoina puolina nähtiin myös affektiiviset tekijät ja motivaation huononeminen, oppilaiden vastustus, oppilaiden uskomukset matematiikasta (on vain yksi tapa ratkaista tehtävä), opettajan tiedon rajat, fyysiset rajat, opettajan työn lisähaasteet ja opettajan tiedon puute useista strategioista (Lynch & Star, 2014b). Opettajat siis näkivät useita mahdollisuuksia, mutta melko paljon riskitekijöitä.

Yakes ja Star (2011) puolestaan pitivät tärkeänä lisätä opettajien omaa matemaattista joustavuutta ja tietoutta vertailumenetelmästä, jotta opettajat voisivat menestyksekkäästi käyttää vertailumenetelmää luokkahuoneessa. He pitivät osana täydennyskoulutusta 24 opettajalle vertailumenetelmän käytöstä päivän koulutuksen, jonka aikana opettajat saivat esittelyn aiheesta, tekivät itse matematiikan tehtäviä vertailumenetelmää käyttäen ja myöhemmin neljän kuukauden ja yhdeksän kuukauden päästä reflektoivat aihetta lisää ensin verkossa ja sitten ryhmäkeskustelussa käytettyään menetelmää työssään. Opettajat kertoivat alkaneensa nähdä vertailumenetelmän hyödyllisyyden ja mahdollisuudet vaikuttaa sillä oppilaiden matemaattiseen joustavuuteen. Oppilaat voivat miettiä laajemmin asioita erilaisten ratkaisutapojen kautta sekä vertailukeskustelun avulla oppia selittämään ja puolustamaan ajatteluaan. Lisäksi oppilaat voivat tarkistaa ratkaisun tekemällä sen kahdella eri tavalla. Haasteina opettajat näkivät vaikeuden antaa oppilaiden keskustella sen sijaan, että luennoivat itse. Opettajat huomasivat, että yhteen menetelmään keskittyminen sitoi omaa ajattelua, ja toisaalta oppitunneilla opettaja valitsi intuitiivisesti omasta mielestään parhaan ratkaisutavan muttei selittänyt perusteluita oppilaille. Opettajat myös pelkäsivät, että menetelmä sekoittaa oppilaita (Yakes & Star, 2011).

Bingolbal (2011) huomauttaa, että monissa tutkimuksissa on hyväksytty, että opettajalla on tärkeä rooli useiden ratkaisutapojen tuomisessa opetukseen. Silti opettajien avoimuutta useiden ratkaisutapojen käyttöön ja valmiuksia arvioida avoimia vastauksia on tutkittu vain vähän. Bingolbal on tehnyt 500 turkkilaiselle opettajalle kyselytutkimuksen, jonka mukaan opettajat eivät ole avoimia useille erilaisille ratkaisuille, ja heillä on vaikeuksia vastata oppilaiden avoimiin kysymyksiin ja arvioida oppilaiden avoimia vastauksia (Bingolbal, 2011).

Opettajien näkemyksiä eri ratkaisutapojen ja vertailun käytöstä on tutkittu jonkin verran, mutta niitä on edelleen tarpeen selvittää lisää, sillä vertailumenetelmä on uusi opetusmetodi Suomessa. Niin ikään opettajaopiskelijoiden näkökulmia on syytä tuoda esiin, sillä niitä ei juuri ole tutkittu aiemmin.

2 Tutkimuksen toteutus

2.1 Metodologia

Metodologisena lähtökohtana tälle tutkimukselle on fenomenografia. Fenomenografiassa tutkitaan tiettyä ilmiötä, käsitettä tai periaatetta, jonka ihmiset voivat ymmärtää rajallisella määrällä eri tapoja (Marton, 1988; Huusko & Paloniemi, 2006). Tarkoituksena on siis selvittää käsitysten variaatio. Fenomenografiassa tutkitaan ihmiselle syntyviä käsityksiä huomioiden ihmisten ja ympäröivän maailman suhde, ja tutkitaan laadullisesti eri tapoja, joilla ihmiset käsittävät maailman ympärillään (Marton, 1988; Syrjälä, Ahonen, Syrjänen & Saari, 1994). Fenomenografiassa luodaan teorian pohjalta merkityskategorioita ja edelleen ylemmän tason kategorioita, jotka muodostavat selitysmallin eli teorian (Syrjälä ym., 1994; Huusko & Paloniemi, 2006). Vaikka selville saatavat käsitykset eivät olekaan yleistettävissä, voidaan laadullisen tutkimuksen tavoin saavuttaa merkityksellistä tietoa mahdollisista käsityksistä. Analyysi etenee kolmessa vaiheessa: 1) merkityksien etsiminen, 2) kategorioiden muodostaminen sekä 3) abstraktimman kuvaustason ja kategorioiden välisten erojen etsiminen (Huusko & Paloniemi, 2006).

Tutkimus toteutettiin ryhmähaastatteluna. Ryhmähaastattelu tiedonkeruumetodina viittaa aihepiirin ympärillä käytävään ryhmän fokusoituun keskusteluun, jossa ryhmän vetäjä eli moderaattori ei kysele tiettyjä kysymyksiä vuorotellen, vaan tarjoaa osallistujille virikkeitä esimerkiksi kuvien, muun materiaalin tai kysymysten avulla ja mahdollisuuden vuorovaikutuksen kautta tuottaa aineistoa (Valtonen, 2005). Nyt keskustelun virikkeenä toimivat matematiikan tehtävät ja reflektiokysymykset.

Fenomenografisen tutkimuksen tulokset ovat kategorioiden kuvaukset, ja kategorioiden sisältö on tärkein tuotos (Marton, 1988). Tarkoituksena on myös löytää abstraktimpi kuvaustaso ja kategorioiden väliset erot (Huusko & Paloniemi, 2006). Tämän tutkimuksen tavoitteena on lisätä laadullista ymmärrystä opettajien käsityksistä vertailumenetelmästä ja sen toteutuksesta.

2.2 Tutkimuskysymykset

Tässä tutkimuksessa ei eritellä tarkemmin aiheeseen liittyviä matematiikan tehtäviä ja niistä herääviä ajatuksia, vaan pitäydytään menetelmän esiin tuomissa pedagogisissa ajatuksissa. Tutkimuksessa ei myöskään olla kiinnostuneita informanteista sinänsä, vaan heidän tuottamastaan aineistosta (Marton, 1988), joten opettajien taustoja ei yksilöidä eikä etsitä esimerkiksi kausaalisia suhteita vaan kuvataan laadullisesti erilaisia käsityksiä vertailumenetelmästä. Tutkimusongelmana on selvittää matematiikkaa opettavien luokan- ja aineenopettajien sekä opettajaopiskelijoiden käsityksiä vertailumenetelmästä. Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1. Millaisia erilaisia käsityksiä matematiikan opettajilla ja opettajaopiskelijoilla on vertailumenetelmästä?
2. Millaisia eroja on matematiikan opettajien ja opettajaopiskelijoiden käsityksissä vertailumenetelmästä?

Kysymykset pyritään ratkaisemaan selvittämällä, mitä tutkittavat ajattelevat vertailumenetelmän käytöstä suhteessa omaan opetukseensa ja omaan matemaattiseen osaamiseensa.

2.3 Tutkimusaineisto

Tutkimukseen osallistuneet opettajat olivat sekä luokan- että aineenopettajia, jotka osallistuivat opettajien matematiikan täydennyskoulutuskokonaisuuteen vuonna 2014. Opettajia tutkimukseen osallistui yhdeksän (kolme kolmen hengen pienryhmää, aineisto A). He olivat käyneet koulutuskokonaisuudesta vähintäänkin yhden osion, osa useamman. Vertailumenetelmää käsittelevä osuus kesti puolitoista tuntia, josta noin puoli tuntia käytettiin keskusteluun. Toisena ryhmänä ovat matematiikan opettajaksi opiskelevat, joille menetelmä esiteltiin osana erästä didaktispainotteista matematiikan yliopistokurssia vuonna 2015. Heitä oli 16 (neljä neljän hengen pienryhmää, aineisto B). Tutkimukseen osallistuneilta kysyttiin lupa keskusteluidensa käyttämiseen tutkimusaineistona. Heidän nimensä muutettiin esimerkiksi muotoon ”Yläkoulun opettaja A”.

Opetustuokiossa opettajille kerrottiin aluksi lyhyesti vertailumenetelmästä, josta osa opettajista oli kuullut hiukan aiemmin, opettajaopiskelijoista ei kukaan. Osallistujat saivat itse muodostaa kolmen (opettajat) tai neljän (opettajaopiskelijat) hengen ryhmiä. Heille annettiin ryhmissä tehtäviksi kullekin ryhmälle kaksi Yakesin ja Starin artikkelin (2011) tehtävää sisältäen yhteensä neljä kohtaa (Liite 1). Tehtävissä tuli ratkaista matematiikan ongelmia kirjoittaen rinnakkain kaksi eri ratkaisutapaa. Tehtävät liittyivät pääosin yhtälönratkaisuun. Opettajille esitettiin tehtävien teon lomassa ohje vertailla tehtäviä toisiinsa. Tehtävät tehtyään ryhmät jakaantuivat uudelleen siten, että kussakin ryhmässä oli yksi jäsen kaikista aiemmista ryhmistä. Kaikki esittelivät omat tehtävänsä ja niiden erilaiset ratkaisutavat, joista keskusteltiin ryhmissä.

Tehtävien läpikäynnin jälkeen opettajille näytettiin Yakesin ja Starin aiemmin (2011) käyttämät itsereflektiokysymykset:

1. Pohdi vertailevaa tehtävien tekemistä suhteessa omaan opetukseesi.
2. Pohdi vertailevaa tehtävien tekemistä suhteessa omiin matematiikan kykyihisi ja ymmärtämiseesi.

Kysymysten tarkoituksena oli saada opettajat pohtimaan tehtäviä ja vertailumenetelmän käyttöä sekä opetuksen että oppimisen kannalta. On tärkeää peilata osallistujien omaa kokemusta, jotta he voivat samaistua oppilaan rooliin ja saada paremman käsityksen menetelmästä.

Matematiikan tehtävät ja itsereflektiokysymykset toimivat nyt ikään kuin ryhmähaastattelun liikkeellepanijoina. Tutkittavat keskustelivat näistä kysymyksistä ryhmissä ja lopuksi lyhyesti kaikki yhdessä vetäjän johdolla. Vetäjänä eli moderaattorina toimi opettajien kohdalla heidän täydennyskouluttajansa ja opettajaopiskelijoiden kohdalla tutkija itse. Moderaattorin rooli oli kertoa lyhyesti joustavuudesta ja esittää itsereflektiokysymykset sekä kierrellä luokassa toistamassa kysymyksiä tarvittaessa. Tutkimuksen aineistona käytettiin keskusteluosuuksia, jotka käytiin sen jälkeen, kun itsereflektiokysymykset oli annettu ja osallistujat työskentelivät pienryhmissä, joihin he olivat jakaantuneet tehtävien tekemisen jälkeen. Keskustelua käytiin pienryhmissä noin 25 minuuttia ja yhteisesti noin viisi minuuttia. Ryhmähaastattelun kesto oli siis noin puoli tuntia. Ryhmien keskustelut videoitiin yhdellä kameralla. Kaikkien ryhmien tuotokset äänitettiin ja myöhemmin litteroitiin käyttäen sanatarkkaa litterointia kuitenkaan merkitsemättä taukoja tarkasti. Puheenvuorojen alkuun merkittiin koodi kullekin opettajalle. Litteroitu aineisto analysoitiin käyttäen QSR nVivo 10 -tietokoneohjelmaa. Äänitystä käytettiin, jotta kaikkien ryhmien tarkat puheenvuorot saadaan tallennettua mahdollisimman vähän työskentelyä ja keskustelua häiriten. Lisäksi tutkija tarkkaili tilannetta ja kirjoitti omia muistiinpanojaan.

2.3 Luokitteluprosessin kuvaus

Analyysin tavoitteena on luoda merkitysverkosto (Metsämuuronen, 2006). Nyt pyrittiinkin kokoamaan merkityksiä niiden samankaltaisuuden perusteella eri luokkiin ja löytämään niistä edelleen yhteisiä tulkintoja. Tutkijan tulisi aloittaa tulkinta yksinkertaisista asioista edeten käsitteellisempää tulkintaa kohti (Syrjälä ym., 1994). Aluksi aineisto luettiin läpi muutamia kertoja, jotta keskeiset seikat hahmottuisivat. Sitten aineisto jaettiin osateksteiksi eli segmenteiksi kirjaten ylös käsitteellisen luokan selitys (Syrjälä ym., 1994). Segmenttinä käytettiin yhden ihmisen puheenvuoroa. Aineistot A ja B käsiteltiin erillisinä osioina (erilliset QSR nVivo -tiedostot) kuitenkin luoden yhteinen kategoriarakenne. Luokitteluprosessi ei fenomenografiassa (Marton, 1988) ole pelkästään datan järjestelyä, vaan siinä erottuvien piirteiden etsimistä. Etsitään siis rakenteellisia eroja siinä, miten ihmiset määrittelevät jonkin ilmiön. Luokittelussa keskitytään johonkin tutkijan tärkeäksi pitämään asiaan. Luokkia ei päätetä etukäteen toisin kuin perinteisessä sisällönanalyysissä (Marton, 1988). Tämän mukaisesti tässä tutkimuksessa pyrittiin löytämään luokkia, jotka kuvaavat erityyppisiä vertailumenetelmästä herääviä käsityksiä.

Luokitteluprosessissa etsittiin aluksi alemman tason kategorioita, joista edettiin myöhemmin ylemmän tason kategorioihin. Ensin alakategorioista, sitten ylemmistä kategorioista muodostettiin tulkinnat ja lopulta synteesi kunkin kategorian kuvailemiseksi. Kategorisointiprosessi eteni suoraviivaisesti menetelmän haasteiden ja hyvien puolten jaottelun osalta. Vähitellen alkoi hahmottua muita kategorioita, kuten opettajan oma käsitteellinen ja proseduraalinen osaaminen ja ajatukset menetelmän käyttöönottamisesta. Opettajan ja oppilaan käsitteelliseen ymmärrykseen viittaavia puheenvuoroja oli aluksi vaikea erottaa toisistaan, sillä ei ollut heti selvää, puhuivatko osallistujat itsestään vai mahdollisesti omista oppilaistaan. Alakategorioita syntyi ja yhdistyi toisiin kategorioihin luokittelun seuraavassa vaiheessa. Esimerkiksi kategoriasta ”Suhtautuminen menetelmän käyttöön omassa opetuksessa” pystyi puheenvuorot luokittelemaan vielä sen mukaan, mitä mieltä oltiin yhden menetelmän käytöstä tai ylipäänsä opetusmenetelmien tarpeesta. ”Käytännön toteutus” -kategoria tuntui liittyvän menetelmästä koettuihin hyötyihin ja haittoihin. Luokittelu jäsentyi siten, että segmenttien tarkempi sijainti luokittelussa löytyi yhä helpommin. Ydinkategoriat alkoivat hahmottua.

Tekstejä lukiessa heräsi tarve laajentaa kategorisointia myös esimerkiksi matematiikkaan liittyviin aiheisiin ja yksittäisten informanttien käsitysten muutoksiin, mutta näihin luokitteluihin ei kuitenkaan ryhdytty. Toiminta oli fenomenografisen tutkimusstrategian mukaista ja toisaalta ajatuksien väliset yhteydet rajattiin nyt tulkinnassa mahdollisesti syntyviin seikkoihin sen sijaan, että kiinnitettäisiin huomio esimerkiksi yksittäisen henkilön ajatuksiin. Siteerausten (puheenvuorojen) löytämisen jälkeen onkin oleellista kääntää tarkkaavaisuus yksilöstä siteerausten merkityksiin (Marton, 1988).

3 Tulokset

Tutkimushavainnot jakaantuivat aineistolähtöisessä luokittelussa kolmeen pääkategoriaan: 1) Osallistujien oma oppiminen, 2) Menetelmän haasteita ja hyötyjä ja 3) Suhtautuminen menetelmän käyttöön omassa opetuksessa, joista tässä artikkelissa käsitellään kahta ensimmäistä kategoriaa. Kolmas kategoria on jätetty pois, sillä se erosi muista kategorioista ja muodostaisi oman tutkimusaiheensa.

Puheenvuorojen (segmenttien) jakaantuminen on luokiteltu taulukkoon 1. ”Menetelmän hyödyt ja haasteet” -kategoriassa esteitä menetelmän käyttöönotolle esitetään 23 opettajapuheenvuorossa ja viidessä opettajaopiskelijan puheenvuorossa. Hyötyjä puolestaan on tuotu ilmi 34 opettajapuheenvuorossa ja 22 opettajaopiskelijapuheenvuorossa. Keskusteluissa painottui hyötyjä selvästi enemmän kuin haasteita. Taulukko on silti vain suuntaa antava ja kertoo lähinnä luokitteluprosessista. Seuraavaksi esitellään kategoriat tarkemmin ja sitten palataan niiden sisältöön sekä opettajien ja opiskelijaopiskelijoiden välisiin eroihin.

Taulukko 1. Kategorioihin luokiteltujen puheenvuorojen lukumäärät.

3.1. Osallistujien oma oppiminen	**Opettajat (n = 9)**	**Opiskelijat (n = 16)**
Hyöty omalle laskutaidolle	3	17
Hyöty omalle käsitteelliselle osaamiselle	9	3
Ei hyötyä omalle oppimiselle	0	4
En osaa sanoa	0	2
3.2. Menetelmän haasteita ja hyötyjä		
Haasteita	puheenvuoroja 23	puheenvuoroja 5
Vain lahjakkaille, ei valmiuksia	7	1
Sekoittaa oppilaita	5	1
Ei kiinnosta	3	2
Vaatimukset opettajalle	4	0
Ei kehitä ymmärrystä	3	0
Ajanpuute	1	1
Hyötyjä	puheenvuoroja 34	puheenvuoroja 23
”Jotain liikahtaa päässä eri tavalla”	9	8
Opitaan matematiikasta yleensä	6	2
Parhaan menetelmän löytäminen	2	6
Vastauksen tarkistaminen	4	3
Opettajasta tuleekin valmentaja	7	0
Opitaan useita tapoja nähdä asioita	3	2
Keskustelu lisääntyy	3	0
Kertaaminen	0	2

3.1 Osallistujien oma oppiminen

Tähän pääkategoriaan on luokiteltu aineistossa olevat puheenvuorot, jotka viittaavat opettajien ja opiskelijoiden omiin kokemuksiin matematiikan tehtävien tekemisestä kahta eri ratkaisukeinoa käyttäen täydennyskoulutuksessa tai osana kurssiaan. Kategoriassa tuotetaan synteesi alakategorioissa syntyneiden tulkintojen pohjalta. Alakategoriat kuvauksineen ja esimerkkeineen on esitetty taulukossa 2.

Taulukko 2. Osallistujien oma oppiminen.

Kategorian nimi ja kuvaus (puheenvuoroja opettajilta + puheenvuoroja opettajaopiskelijoilta)	**Esimerkki**
Hyöty omalle laskutaidolle (3+17) Puheenvuorot, joissa tuotiin esille menetelmän hyötyjä opettajan omalle matematiikan menetelmälliselle eli proseduraaliselle osaamiselle.	Yläkoulun opettaja A: *"Itellä ainakin huomasin, että kannattaa niinku tuolla menetelmällä. Että jopa itellä, jolla luulin, että on tuota aika vankka laskurutiini niin… niin… selvästi helpottaa tämmösiä, jossa on paljon montaa muuttujaa."*
Hyöty omalle käsitteelliselle osaamiselle (9+3) Puheenvuorot, joissa opettajat pohtivat menetelmän käytön vaikutusta omaan käsitteelliseen osaamiseen.	Alakoulun opettaja B: *"Kyllä tässä lamppu sytty monta kertaa."*
Ei hyötyä omalle oppimiselle (0+4) Puheenvuorot, joissa kerrotaan, että menetelmästä ei ole hyötyä omalle oppimiselle tai ratkaisutavan käyttöä ei pidetä tarpeellisena.	Opettajaopiskelija G: *"- - Tavallaan se. Että eihän se niinku. Mutta vois niinku kysyä, että tarviiko käyttää turhaan?"*
En osaa sanoa (0+2) Puheenvuorot, joissa ei osattu sanoa menetelmän hyödyistä tai haitoista omalle oppimiselle.	Opettajaopiskelija H: *"Tuntuu niin vaikealta tässä vaiheessa sanoa, miten se on vaikuttanut omaan ymmärtämiseen. "*

Opettajat kokivat, että useamman menetelmän käyttö tukee oppimista, voi helpottaa vankankin laskurutiinin laskijan tekemistä ja palauttaa mieleen matematiikan asioita. Kuitenkaan opettajat eivät tuoneet esiin monia hyötykohtia omalle laskutaidolle (kolme puheenvuoroa). Osallistujat pohtivat myös käsitteellistä osaamista. Opettajat kokivat, että kahden eri menetelmän käytöstä oli monia hyötyjä: se auttoi palauttamaan mieleen matematiikan asioita, oivalluksia tuli useasti, toisella tavalla tehdessään saattoi huomata ensimmäisessä tavassa olleen virheen, menetelmä auttoi ymmärtämään käsitteitä, kun toisella ratkaisutavalla näki eri näkökulman. Menetelmä myös lisäsi matematiikan prosessien ymmärtämistä.

Opettajaopiskelijoilta tuli melko vähän kommentteja käsitteelliseen osaamiseen liittyvään kategoriaan. Opettajaopiskelijat painottivat hyötyä laskutaidolle eivätkä niinkään käsitteelliselle osaamiselle, ja osa näki, etteivät useat ratkaisutavat ole tarpeen tai että mieluummin lähtee liikkeelle kokeillen. Osa opettajaopiskelijoista koki, että menetelmän käytöstä ei olisi ollenkaan hyötyä, tai eivät pysty arvioimaan hyötyä. Mahdollisesti menetelmän pohtiminen tuntui vaikealta ilman opettajakokemusta, sillä opiskelijat eivät olleet tottuneet miettimään erilaisten menetelmien vaikutuksia oppimiseen, edes omaansa. Kuitenkin tämä alakategoria on luokittelemisen arvoinen, ja se peilaa opiskelijoiden mahdollisuuksia ylipäänsä pohtia menetelmää.

3.1 Menetelmän haasteita ja hyötyjä

Tähän pääkategoriaan luokiteltiin aineistosta tekstejä mahdollisista esteistä ja hyödyistä menetelmän opetuskäytössä. Taustalla ovat opettajien ja opettajaopiskelijoiden näkemykset siitä, miten oppilaat voisivat suhtautua usean ratkaisutavan ja vertailumenetelmän käyttöön opetuksessa.

Haasteita

Tähän kategoriaan luokiteltiin aineistosta opettajien ja opettajaopiskelijoiden tekstejä liittyen menetelmän oletettuihin huonoihin puoliin ja esteisiin, joita he näkivät vertailumenetelmän käyttämisessä opetuksessa. Kategorioiden kuvaukset ja esimerkkisitaatit on esitetty taulukossa 3. Alakategoriat on esitetty puheenvuorojen määrän mukaisessa järjestyksessä.

Taulukko 3. Menetelmän asettamia haasteita.

Kategoria ja luokitteluperusteet	Esimerkki
Vain lahjakkaille, ei valmiuksia (7+1) Puheenvuorot, joiden mukaan menetelmä soveltuu vain lahjakkaille eikä heikosti pärjänneillä oppilailla ole valmiuksia käyttää menetelmää.	Alakoulun opettaja C: *”… Mää niinku aattelen just tuota eriyttämistä, niin silloin mun mielestä mennä siihen, että kaikki sais jotain. Niin silloin, kun antaa sen yhen niinku must-tavan, niin se ehkä se heikoinkin saa siitä jonkun mallin, niin että se kuitenkin jotakin omaksuu.”*
Sekoittaa oppilaita (5+1) Puheenvuorot, joiden mukaan menetelmä sekoittaa oppilaita.	Yläkoulun opettaja B: *”Tai jos oppilas oppii jonkun menetelmän johonkin ja sitten sanotaan, että voi laskea eri tavalla. Joo ei ei mä meen sekasin. Elä, elä mulle ennää, mää ossaan sen tällä tavalla. Elä puhu mulle, uu…”*
Ei kiinnosta (3+2) Puheenvuorot, joiden mukaan oppilaita ei kiinnosta tai he siirtyvät sijaistoimintoihin.	Lukion opettaja A: *”…(Mä otin) kahen pisteen välinen vektori kolmella tavalla ihan samasta vektorista. Kyllä musta tuntuu. Niinku se ajattelu kolmella eri tavalla. Ei niitä välttämättä kiinnosta. Pitäis piirtää uus vektori kolmella eri tavalla. Mitä väliä, vastaus tiedetään, ollaan perillä.”*
Vaatimukset opettajalle (4+0)	Lukion opettaja A: *”Siinä pittää opettajan tehä töitä myöskin sen kannalta, että sä et voi aina tehä niin, että – minä sanon ja te laskette näin.”*

Puheenvuorot, joiden mukaan menetelmä vaatii opettajilta ajattelun muutosta ja uutta tapaa järjestää opetusta.	Opettajaopiskelija O: *”Tuossa on vähän se käytännön haaste, niinku tämä ryhmä sanoikin. Pittää valita. Ei voi koko ajan kahta eri ratkaisua käyä taululla joka tunti läpi [hymistelyä], että tällä tavalla ja tällä tavalla. Ei voi joka asiasta aina tehdä monella eri tavalla kuitenkaan. ”*
Ei kehitä ymmärrystä (3+0) Puheenvuorot, joiden mukaan menetelmä ei kehitä ymmärrystä ja sen käyttö jää mekaaniseksi suorittamiseksi.	Alakoulun ja yläkoulun opettaja A: *” Mutta en tiiä, tuleeko sitä ajateltu sen enemmän, ettei se oo niinku mekaaninen suoritus, että tässä lasketaan näin ja tässä lasketaan näin. Auttaako se nyt ajattelemaan sitten syvällisemmin, että mikä tässä on niinku, mistä se niinku tulee.”*
Ajanpuute (1+1) Puheenvuorot, joiden mukaan ei ole aikaa käyttää eri ratkaisutapoja.	Yläkoulun opettaja B: *”Niin. Kuhan siihen ois aikaa enemmän… ((vaimeasti naurahtaa)) … käydä niitä muitakin tapoja.”*

Sekä opettajat että opettajaopiskelijat kokivat vertailumenetelmän käyttämisen riskinä olevan, että se sekoittaa etenkin heikoimpien oppilaiden ajatuksia. Menetelmä myös vaatii tiettyjä ajattelun valmiuksia, oppilaita ei kiinnosta usea ratkaisutapa, se vaatii opettajilta paljon eikä kehitä ymmärrystä tai sen käyttämiseen ei löydy aikaa. Joidenkin näkemyksen mukaan menetelmä voidaan toteuttaa mekaanisesti. Jotkut osallistujat tuntuivat ajattelevan, että hitaammin edistyvien tulee oppia yksi menetelmä huolella. Opettajaopiskelijat löysivät paljon vähemmän esteitä menetelmän käyttöönotolle kuin opettajat.

Hyötyjä

Tähän kategoriaan luokiteltiin aineistosta opettajien ja opettajaopiskelijoiden tekstejä menetelmän oletetuista hyödyistä. Kategorioiden kuvaukset ja esimerkkisitaatit on esitetty taulukossa 4. Alakategorioista ensin on esitetty se, jossa on eniten puheenvuoroja.

Taulukko 4. Menetelmän hyötyjä.

Kategoria ja luokitteluperusteet	Esimerkkejä
”Jotain liikahtaa päässä eri tavalla” (9+8) Puheenvuorot siitä, miten menetelmän käyttö edistää oppilaiden ajattelua siitä, että asioita voi tehdä eri tavoin.	Yläkoulun opettaja C: *”Onhan se totta, että on vaikea, se on vertailla, jos et toista ymmärrä. Että kyllähän sun pitää ymmärtää se toinen, että mitä tässä tapahtuu. Mutta toisaalta se sitten saattaa taas… Näissä joissakin tehtävissä… olla tikapuu siihen, että mitä tapahtuu. Jos ei esimerkiksi ymmärrä tuossa tehtävä kutosessa [ks. liite 1], että mitä se supistaminen tarkottaa, niin sitten kun vertailee näitä, niin saattaakin hoksata, että aii, tuon takia tuolla on tuo että.”* Opettajaopiskelija P: *”No pitäis, päästä eroon [rutiinien opettamisesta]. Ja tuntuu, että tämä on nimenomaan tapa, miten vois luovuutta synnyttää niissä, että ne oppis ajattelemaan ite.”* Opettajaopiskelija H: *”... Että just sitä käyttää kahta eri menetelmää eri tehtävissä, niin se saattaa sekottaa, että miksi nyt ei tehty.”*
Opitaan matematiikasta yleensä (6+2) Puheenvuorot siitä, miten menetelmän käyttö tuo esiin matematiikan oikeaa luonnetta, esimerkiksi useiden reittien etsimistä.	Lukio-opettaja A: *”Kyl mun mielestä aika keskeinen on se, tää just, että tehtäviä voi ratkoa monella tavalla.”* Alakoulun opettaja B: *”Kyllähän tämä sitä ajatusta jäsentää, mikä on niinku matematiikan perustarkoitus, että oppii jäsentää asioita.”*
Parhaan menetelmän löytäminen (2+6) Puheenvuorot siitä, miten menetelmä mahdollistaa oppilaalle sopivimman, nopeimman tai tehokkaimman ratkaisutavan valinnan.	Opettajaopiskelija E: *”-- käyttää samaan tehtävään kahta eri tapaa, niin minä saatan ymmärtää siitä ekasta, vaikka toisesta en ymmärtänyt. Niinku nyt tarkotin eriyttämistä alaspäin heikommille oppilaille.”* Opettajaopiskelija O: *”Loppujen lopuksi sen toisenkin tavan esittäminen on vaan, että antaa oppilaille lisää työkaluja. Ne ei välttämättä osaa tai halua käyttää niitä, mutta että ne on esitetty.”* Opettajaopiskelija F: *”Toisaalta voihan sanoa, että voi laskea lineaarikombinaationkin avulla, jos se on nopeampi.”*
Vastauksen tarkistaminen (4+3) Puheenvuorot siitä, miten menetelmän käyttö auttaa tarkastamaan, onko ratkaisu oikein.	Yläkoulun opettaja D: *”Yhen tunnin pohtimisen se vaati, mutta oli se ihana kun ne ite halus sitten jossakin vaiheessa. Alkutunnista ne oli sitä mieltä, että vaikka meillä on nämä kaks eri tapaa samaan tehtävään, jos ratkaistaan kahella eri tavalla. Niin niitten ensimmäinen ajatus oli, että niistä voi tulla eri vastaus.”*

Opettajasta tuleekin valmentaja (7+0) Puheenvuorot siitä, miten menetelmän käyttö muuttaa opettajan roolia ikään kuin valmentajaksi.	Alakoulun opettaja A: *”…Että tuo onkin mun puolella tuo ope. Eikä niin että se yrittää mulle täältä jotakin syöttää näin…Se on mun puolella, se yrittää keksiä mulle sopivia keinoja!”*
Opitaan useita tapoja nähdä asioita (3+2) Puheenvuorot siitä, mitä menetelmän käyttö voi opettaa muidenkin kuin matematiikan asioiden näkemisestä useammasta näkökulmasta.	Alakoulun opettaja A: *”Opetetaan jo näillä matikan tunneilla lapsille, että on jo - monia vaihtoehtoja [elämässä yleensä]. Aina löytyy uus vaihtoehto.”*
Keskustelu lisääntyy (3+0) Puheenvuorot siitä, miten menetelmän käyttö hyödyttää oppilaiden keskustelutaitoja**.**	Yläkoulun opettaja D: *”…sitten kun siinä oppilaiden kans yhm, pystytään aika mukavasti miettimään. Ja sitten kun on kysynyt niiltä sen jäläkeen, että mitä etuja teidän mielestä on siinä tapa ykkösessä ja tapa kakkosessa. Ne kertoo sitten omia ajatuksiaan siitä. Ja sitten siinä tapa kakkosessa, että mitä haittoja ja näin…”*
Kertaaminen (0+2) Puheenvuorot siitä, että menetelmää voidaan hyödyntää kertaamisen tukena.	Opettajaopiskelija B: *”Yy. No taulukosta sen verran [ks. liite, tehtävä 7]. Että jos jostain syystä haluaa laittaa oppilaat muistelemaan, mitä se kertolasku olikaan, niin se ois yks syy, miksi haluaa käyttää tuota taulukkoa.”*

Opettajat ja opettajaopiskelijat näkivät menetelmän käyttämisellä olevan paljon potentiaalia, opettajat opettajaopiskelijoita monipuolisemmin. Hyötyinä voisivat olla, että ajattelu kehittyy, voidaan keskustella matematiikasta, voidaan tarkistaa vastaukset, oppilaalle voidaan valita juuri hänelle sopiva ratkaisutapa, opitaan matematiikasta laajemminkin ja opitaan tapoja nähdä asioita eri tavoilla muissakin yhteyksissä. Menetelmästä on siis hyötyä sekä ajattelulle että matematiikan ymmärtämiselle, ja se on mahdollisuus opetuskulttuurin muutokseen.

Alakategoriassa ”Jotain liikahtaa päässä eri tavalla” opettajat ja opettajaopiskelijat näkivät, että menetelmä voi kehittää ajattelua, antaa oppilaille mahdollisuuden kertoa ratkaisutavoistaan ja auttaa oppimaan jäsentämään ajatuksia. Lisäksi arviointikyky ja luovuus kehittyvät, kun oppilas oppii, ettei kaikki mene aina samalla tavalla. Vertailu saattaa olla "tikapuu siihen, mitä tapahtuu" eli sen kautta voi oppia jotain toisesta ratkaisutavasta. Lisäksi oppilaille saattaa tulla väärinkäsityksiä, jos he eivät käytä kahta ratkaisutapaa rinnakkain. He voivat vetää vääriä johtopäätöksiä siitä, miksi jokin tapa sopii johonkin tehtävään ja ettei se sopisikaan toiseen tilanteeseen.

Alakategoriassa ”Opitaan matematiikasta yleensä” puheenvuorot viittasivat siihen, että oppilaat voivat opettajien menetelmän myötä kasvaa näkemään, millaista matematiikka oikeasti on sekä oppivat etsimään erilaisia ratkaisutapoja, jäsentämään asioita ja arvioimaan paremmin. Oppilaat myös voisivat nähdä, ettei opettaja vain yritä siirtää asioita hänelle, vaan on oppilaan puolella.

Alakategoriassa ”Parhaan menetelmän löytäminen” etsittiin oppilaalle sopivinta, nopeinta tai tehokkainta menetelmää, jonka sekä oppilas että opettaja voivat osallistujien mukaan oppia menetelmän myötä löytämään. Tämä sivuuttaa vertailumenetelmän ajatusta siinä mielessä, että siinä pyritään valitsemaan tehokkain ratkaisutapa. Kuitenkin tulee huomioida, että matemaattinen joustavuus on etenkin kykyä itse liikkua eri ratkaisutapojen välillä eikä vain sitä, että opitaan erilaisia ratkaisutapoja vain, jotta osattaisiin laskea tehokkaimmalla tavalla tai opittaisiin ainoastaan tiettyyn tilanteeseen tehokkain tapa.

Menetelmää voidaan kategorian ”Vastauksen tarkistaminen” mukaan käyttää myös tarkistamiseen. Erään kokemuksen mukaan oppilaat eivät ensin hahmottaneet, että kahdella eri menetelmällä ylipäänsä pitäisi tulla sama vastaus. Lisäksi toisen menetelmän avulla voi opettajien mukaan tarkistaa, menikö vastaus oikein (tai ainakin silloin on jotain vialla, jos saadaan eri vastaukset).

Opettaja voisi menetelmän myötä tulla oppilaan ”koutsiksi” (alakategoria ”Opettajasta tuleekin valmentaja”), valmentajaksi, joka tietää asioista ja siitä, mikä oppilaalle on parhaaksi. Opettajan ja oppilaan vuorovaikutus muuttuu tällöin erilaiseksi, ja opettaja onkin oppilaan puolella etsimässä oppilaalle sopivia menetelmiä. Itse asiassa voidaan nähdä, että jotain laajemminkin muuttuu kulttuurissamme, kun oppiminen ei tapahdu ylhäältä alaspäin vaan opettajan ohjauksessa. Lapsen ja aikuisen vuorovaikutus muuttuu erilaiseksi. Oppilas voi kokea onnistumista saatuaan tehtäviä tehdyksi itse.

Alakategoriassa ”Opitaan useita tapoja nähdä asioita” opettajat näkivät, että useaa menetelmää käyttäen voi opettaa, että elämässä yleensäkin on vaihtoehtoja, ”myös mustavalkoiselle murrosikäiselle”, kuten eräs opettaja sanoi. Useat tavat avaavat auki mahdollisuuden keskustella ratkaisuista ja käyttää toista ratkaisutapaa apuna oppimisessa (alakategoria ”Keskustelu lisääntyy”). Opettajaopiskelijat eivät tätä näkökulmaa tuoneet esiin. Sen sijaan opiskelijat näkivät, että menetelmää voisi hyödyntää kertaamisen tukena, jos halutaan kerrata toinen ratkaisutapa (”Kertaaminen”). Opettajien aineistosta tätä puolta ei tullut ilmi.

Yhteenveto kategoriasta ” Menetelmän haasteita ja hyötyjä”

Opettajat ja opettajaopiskelijat näkivät menetelmässä sekä hyötyjä että haasteita. Menetelmä mahdollistaa matematiikan oppimisen uudella tavalla, vertaillen, keskustellen ja luovastikin. Opettaja toimii valmentajana, joka ei syötäkään yhtä valmista ratkaisukaavaa. Opettajaopiskelijat näkivät jossain määrin eri hyötyjä menetelmän käytölle, keskustelua he eivät maininneet ollenkaan. Menetelmän myötä on mahdollista kehittää laajasti erilaisia matematiikan taitoja ja omaa ymmärrystään. Haasteena nähtiin, ettei menetelmä välttämättä sovi ainakaan heikoille oppilaille, koska oppilaat eivät tällöin oppisi edes yhtä ratkaisutapaa kunnolla. Oppilaat eivät välttämättä ole edes ylipäänsä kiinnostuneita ratkaisemaan tehtäviä toisella tavalla, vaan ovat tottuneet ajattelemaan, että vastaus on matematiikan opiskelun päämäärä.

3.3. Erot opettajien ja opettajaopiskelijoiden välillä

Opettajien ja opettajaopiskelijoiden näkemyksissä oli eroja. Jotkut kommentit nousivat esiin ainoastaan opettajilta. Vain opettajat toivat esiin, että menetelmä soveltuisi pelkästään lahjakkaille oppilaille tai että heikoimmin matematiikassa pärjänneille oppilaille tulisi opettaa vain yksi ratkaisutapa. Opettajien puheenvuoroissa sanottiin myös, että kaikilla oppilailla ei ole valmiuksia ottaa menetelmää käyttöön eikä se kehitä ymmärrystä. Oppilaat voisivat myös opettajien mukaan siirtyä tekemään sijaistoimintoja, jos käytetään kahta eri ratkaisutapaa. Opettajat myös näkivät, että menetelmän käytöstä voisi aiheutua ylimääräistä vaivaa. Toisaalta pelkästään opettajat toivat esiin hyvinä puolina, että opettajasta tulisikin valmentaja ja keskustelu lisääntyisi.

Osa kommenteista nousi vain opettajaopiskelijoilta. Osa opettajaopiskelijoista sanoi, että menetelmästä voisi olla haittaa omalle proseduraaliselle osaamiselle tai toisen menetelmän käyttö olisi turhaa tai että eivät osaa arvioida menetelmän hyötyä. Opettajaopiskelijat myös pelkäsivät, ettei toista ratkaisutapaa ymmärrä, mitä taas opettajat eivät tuoneet esiin. Uutena näkökulmana eräs opettajaopiskelija toi esiin, että se ettei käytä kahta eri menetelmää, voisi sekoittaa oppilaita. Oppilaat voisivat tällöin päätyä ajatukseen, että tietyssä tilanteessa tulee aina käyttää tiettyä ratkaisutapaa. Useamman menetelmän myötä myös oppilaat voivat löytää nopeamman menetelmän. Tässä opettajaopiskelijat toivat esiin näkökulmaa joustavuuden kehittämisestä, mitä opettajat eivät tehneet. Opettajaopiskelijat myös näkivät, että menetelmää voisi käyttää kertaamiseen.

Opettajien ja opettajaopiskelijoiden erilaiset näkemykset täydentävät kuvaa vertailumenetelmän käytön mahdollisuuksista ja haasteista. Opettajien näkemykset siitä, että keskustelu lisääntyisi ja opettajan rooli muuttuisi, erosivat selvästi opiskelijoiden näkökulmista. Opettajat pystyivät peilaamaan paremmin vaikutuksia käytännön luokkahuonetilanteisiin, mutta opettajaopiskelijat näkivät opetuskokemuksensa vähäisyydestä huolimatta uusia näkökulmia.

3.4. Tutkimuksen luotettavuus

Kyseessä oli laadullinen tutkimus, jossa pyrittiin löytämään vertailumenetelmän käyttöön liittyvien käsitysten variaatiota. Aineisto ei kerro, mitä opettajat keskimäärin ajattelevat menetelmästä, mutta se ei tutkimuksen tarkoituksena olekaan.

Kysymystä fenomenografisen tutkimuksen tutkimusprosessin luotettavuudesta Marton (1988) vertaa kysymykseen, löytäisikö kaksi kasvitieteilijää samalta saarelta samat kasvit ja lajit, mikä ei hänen mukaansa ole relevantti kysymys. Tutkijan tietoisuus omista käsityksistään on silti tärkeä (Huusko & Paloniemi, 2006). Nyt tutkija oli itsekin aineistonkeruuhetkellä tutustumassa menetelmään. Tutkimusta tehdessään tutkija tarkasteli aineistoa mahdollisimman objektiivisesti.

Aineistonkeruussa tulisi fenomenografiassa pyrkiä avoimeen kysymyksenasetteluun (Huusko & Paloniemi, 2006), joka nyt toteutui osittain kahden itsereflektiokysymyksen kautta. Kysymykset olisivat voineet olla vieläkin avoimempia ja haastateltavia pyytää esimerkiksi suoraan reflektoimaan menetelmää. Lisäksi tutkimuksen opettajat olivat erityisen motivoituneita, sillä he osallistuivat vapaaehtoiseen täydennyskoulutukseen. Opiskelijoiden keskustelu ei ollut yhtä monipuolista, vaan heitä täytyi välillä käydä muistuttamassa tehtävänannosta, jotta he eivät jutelleet pelkästään esimerkiksi omista opiskelukokemuksistaan.

Lukija voi arvioida tutkimuksen luotettavuutta tarkan prosessikuvauksen ja annettujen esimerkkien kautta (Syrjälä ym., 1994). Nyt kuvaus ja esimerkit on annettu seikkaperäisesti. Puheenvuorojen käyttäminen segmenttinä oli jossain määrin ongelmallista, sillä ne olivat pitkiä ja saattoivat mahdollisesti sisältää useampiakin näkökulmia. Fenomenografisen tutkimuksen tulkinnan tulisi kohdistua ”ajatuksellisiin kokonaisuuksiin” (Huusko & Paloniemi, 2006), mihin tässä päästiin aineiston sallimissa rajoissa. Kategorioiden välisiä eroja ei nyt kovin pitkälti päästy tutkimaan.

4 Pohdinta ja johtopäätökset

Opettajat ja opettajaopiskelijat kokeilivat vertailumenetelmää tekemällä aina yhden matematiikan tehtävän kahdella eri annetulla ratkaisutavalla ja keskustelemalla eri ratkaisutavoista. Tämän jälkeen he pohtivat menetelmää yhdessä itsereflektiokysymysten avulla. Tutkimusprosessissa noudatettiin tieteellisen tutkimuksen lähtökohtia, aineisto oli aitoa opettajien ja opiskelijoiden keskustelua, ja siitä löydettiin erilaisia käsityksiä. Fenomenografinen tutkimusstrategia soveltui tutkimukseen hyvin.

Tutkimuksen opettajat kokivat vertailumenetelmän vaikuttavan heidän omaan käsitteelliseen osaamiseensa positiivisesti, kun puolestaan opettajaopiskelijat kokivat oppivansa laskemaan paremmin. Opettajien ajatukset vertailumenetelmästä suhteessa omaan matematiikan oppimiseensa painottuvat hyötyihin. Tutkittavat näkivät menetelmän edistävän omaa matematiikan tehtävien, käsitteiden ja prosessien ymmärtämistä sekä tukevan ajattelun kehittymistä. Opettajaopiskelijoilla oli enemmän epäilyksiä menetelmän hyödyistä omalle oppimiselleen. Osallistujat eivät pohtineet oman joustavuutensa kehittymistä.

Opettajat ja opettajaopiskelijat näkivät menetelmässä erilaisia hyötyjä ja haasteita (Taulukko 1). Tutkittavien mukaan oppilaat voisivat oppia useita tapoja nähdä asioita, oppilaat voisivat löytää itselle sopivan ratkaisumenetelmän, opettajasta tulisi menetelmän myötä valmentaja ja keskustelu lisääntyisi. Menetelmän käyttö voisi myös avartaa käsitystä matematiikasta paljastaen sen todellisen luonteen, kuten tutkittavien sanoman voisi tulkita. Toisaalta opettajat ja opettajaopiskelijat olivat huolissaan muun muassa siitä, ettei menetelmä kiinnostaisi oppilaita, ettei oppilailla olisi valmiuksia siihen tai menetelmä olisi liian vaativa opettajalle. Jotkut opettajat olivat huolissaan, että menetelmä voisi sekoittaa heikkoja oppilaita, mutta Lynch ja Star (2014a) ovat selvittäneet laadullisessa tutkimuksessaan, että myös heikosti matematiikassa menestyneet oppilaat näkivät useita hyötyjä eri ratkaisutapojen käytössä ja se päinvastoin vähensi heidän hämmennystään.

Myös aiemmissa tutkimuksissa opettajat ovat nähneet menetelmässä useita hyötyjä ja haasteita (Yakes & Star, 2011; Lynch & Star, 2014b), joskin näissä tutkimuksissa opettajat kokeilivat useiden ratkaisutapojen käyttöä omissa luokissaan, kun tämän tutkimuksen opettajat pohtivat menetelmää ilman omaa opetuskokeilua. Tämän tutkimuksen tulokset tukevat aiempia tutkimuksia, sillä menetelmästä voisi opettajien mielestä olla laajaa hyötyä, mutta toisaalta oppilaita ei välttämättä kiinnosta useiden ratkaisutapojen käyttö. Opettajaopiskelijat toivat esiin opettajiin ja aiempaan tutkimukseen verrattuna erilaisena hyötynä menetelmän käytön kertaamiseen. Tutkittavat myös näkivät pienemmän määrän esteitä menetelmän käyttöönotolle kuin useiden ratkaisutapojen käyttöä koskevan tutkimuksen (Lynch & Star, 2014b) opettajat. Aiempaa tutkimusta enemmän painottui menetelmän hyödyn pohtiminen, sillä osallistujat painottivat yleisemminkin matematiikassa opittavia taitoja. Myös luovuus nousi esiin uutena komponenttina.

Tämän tutkimuksen osallistujat eivät juuri pohtineet vertailukeskustelua, jonka Yakesin ja Starin (2011) tutkimuksen opettajat näkivät menetelmän haasteeksi. Tähän voisin ajatella yhtenä syynä olevan, että opettajilla itselläänkin vertailukeskustelu jäi melko vähäiseksi eikä heitä kenties ohjattu siihen riittävästi, jolloin he eivät täysin hahmottaneet keskustelun olevan oleellinen osa menetelmää. Opettajaopiskelijat eivät pohtineet tätä näkökulmaa lainkaan. Yakesin ja Starin (2011) tutkimuksessa esiin tullut opettajien taipumus valita itse paras opetettava ratkaisutapa näkyi myös tässä tutkimusaineistossa; sanottiin jopa, että opettajanoppaassa kehotetaan tähän. Yhteen menetelmään keskittymisen haasteet mainittiin kuten aiemmassa tutkimuksessakin. Tämä tutkimuksen tulokset noudattelevat jossain määrin aiemman tutkimuksen opettajien esiin tuomia seikkoja. Kuitenkin vertailukeskustelua ja menetelmän kolmatta vaihetta, uusien lähestymistapojen etsimistä, pohdittiin hyvin vähän.

Useiden ratkaisutapojen ja niiden vertailun käyttämisestä on saatu lupaavia oppimistuloksia Yhdysvalloissa (esim. Star & Rittle-Johnson, 2009). Nyt tuloksissa painottui, että matematiikka on muutakin kuin laskemisen mekaanista oppimista, sillä tutkittavien puheenvuorojen mukaan menetelmän myötä voitaisiin oppia useita erilaisia asioita matematiikkaan liittyen. Opettajien kannattaisi tämän tutkimusten tulosten pohjalta kokeilla vertailumenetelmän käyttöä, sillä sen avulla voi mahdollisesti saavuttaa useita hyötyjä. Vertailumenetelmän mahdollistamat päämäärät ovat paitsi tärkeitä arkielämätaitoja, myös oleellisia opiskelu- ja työelämätaitoja. Menetelmän myötä opittavat taidot, kuten asioiden eri näkökulmista tarkastelu sekä vaihtoehtojen punnitseminen ja niistä keskustelu ovat samansuuntaisia perusopetuksen uuden opetussuunnitelman matematiikan osaamistavoitteiden kanssa: ”Matematiikan opetuksen tehtävänä on kehittää oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua. Opetus luo pohjan matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle sekä kehittää oppilaiden kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia.” ja ”Oppilaita ohjataan esittämään ratkaisujaan ja keskustelemaan niistä.” (Opetushallitus, 2014).

Tämä tutkimus jättää auki, millaisia valmiuksia opettajilla olisi käytännössä esimerkiksi ohjata vertailukeskustelua ja olisivatko he valmiita käyttämään menetelmää opetuksessa. Turkkilaisopettajat esimerkiksi eivät olleet avoimia usean ratkaisutavan käytölle eikä heillä ollut valmiuksia siihen (Bingobal, 2011). Tässä tutkimuksessa nähtävissä kuitenkin on, että opettajat tunnistivat menetelmässä monia hyötyjä matematiikan opetukseen ja laajemminkin opetuskulttuurin muutokseen. Opetus voisi esimerkiksi muuttua enemmän käsitteellistä osaamista painottavaksi ja oppilaskeskeisemmäksi. Opettajaopiskelijat puolestaan eivät keskustelleet menetelmästä yhtä monipuolisesti kuin opettajat, mikä on luonnollista opetuskokemuksen puuttuessa.

Jatkossa tulisi tutkia, millaisia opettajien käsitykset menetelmästä ovat sitten, kun sitä käytetään opetustilanteissa ja eroavatko ne tässä tutkimuksessa esiin tulleista käsityksistä. Tulevaisuudessa voisi esimerkiksi selvittää, miten opettajat käyttävät vertailumenetelmää ja millaisia keskusteluja luokkahuoneessa syntyy.

Kiitokset

Kiitokset tutkimuksen rahoituksesta Jenny ja Antti Wihurin rahastolle ja OKKA-säätiölle.

Lähteet

Bingolbal, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them? *Australian Journal of Teacher Education, 36*(1). https://doi.org/10.14221/ajte.2011v36n1.2

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM, 41(5)*, 605. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0184-6

Guberman, R. & Leikin, R. (2013). Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers’ views by employing multiple-solutions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*, 33–56. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9210-7

Heinze, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *41*, 535–540.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65–97. New York: Simon & Schuster Macmillan.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (Toim.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, 1–27. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Huusko, M., & Paloniemi, S. (2006). Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. *Kasvatus: Suomen kasvatustieteellinen aikakauskirja 37 (2006): 2*.

JYR. (2018). Joustava yhtälönratkaisu – LUMA SUOMI –kehittämishankkeen esittely. Oulu. http://ouluma.fi/joustava-yhtalonratkaisu/

Lynch, K., & Star, J. R. (2014a). Views of struggling students on instruction incorporating multiple strategies in Algebra I: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(1), 6–18. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.1.0006

Lynch, K. & Star, J. R. (2014b). Teachers' Views About Multiple Strategies in Middle and High School Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning, 16(2)*, 85–108. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.889501

Marton, F. (1988). Phenomenography: A Research Approach to Investigating Different Understandings of Reality. Teoksessa R.R. Sherman & R.B. Webb. *Qualitive Research in Education: Focus and Methods*, 141–161. London, New York, Philadelphia: The Falmer Press.

Metsämuuronen, J. (2006). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. Vaajakoski: Gummerus Kirjapaino Oy.

Opetushallitus. (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. *Opetushallitus, määräykset ja ohjeet 2014: 96*. Tampere, Juvenes Print – Suomen yliopistopaino Oy, Tampere.

Palkki, R. (2016). Virheellinen esimerkki matematiikan luokkahuonekeskustelussa. In Sifverberg, H. & Hästö, P. ((Eds.). *Proceedings of Annual Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association 2015*. Turku, Finland.

Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, *99*(3), 561. https://doi.org/10.1037/0022-0663.99.3.561

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning To Think Mathematically : Sense-Makingin Mathematics. In D. Grouws (Ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334–370. New York: MacMillan.

Schneider, M., Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental psychology*, *47*(6), 1525. https://doi.org/10.1037/a0024997

Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 404–411. https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2

Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B., & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, *41*, 198–208. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.03.001

Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., & Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, *40*, 41-54. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.05.005

Star, J. R. & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, *18*, 565–579. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.018

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2009). It pays to compare: An experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology, 102(4)*, 408–426. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.11.004

Syrjälä, Ahonen, Syrjänen ja Saari (1994). *Laadullisen tutkimuksen työtapoja.* West-Point Oy: Rauma.

Valtonen, A. (2005). Ryhmähaastattelut - millainen metodi? Teoksessa J. Ruusuvuori. *Haastattelu: tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus,* 223–241. Tampere: Vastapaino.

Yakes, C. & Star, J. R. (2011). Using comparison to develop flexibility for teaching algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*, 175-191. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9131-2

Liite 1. Tutkimuksessa käytetyt tehtävät (alkuperäiset tehtävät: Yakes & Star, 2011)

Tehtävä 1, yhtälöryhmät
Ratkaise seuraavat yhtälöryhmät sijoituksella (S1) ja lineaarikombinaatiolla (S2):

(T1) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$(T2) $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ 5x + 2y = 8 \end{cases}$

Tehtävä 2, lineaariset epäyhtälöt
Ratkaise seuraavat epäyhtälöt siirtämällä muuttuja oikealle (S1) ja vasemmalle (S2) puolelle:
(T1) $3 - 5x > 10$(T2) $x \geq 3x - 2$

Tehtävä 3, verranto
Ratkaise x ristiin kertomalla (S1) ja kertomalla kumpikin puoli yhdellä luvulla (S2):

(T1) $\frac{2}{x} = \frac{16}{5}$(T2) $\frac{x}{6} = \frac{5}{9}$

Tehtävä 4, verranto
Ratkaise x ristiin kertomalla (S1) ja vertailemalla osoittajan ja nimittäjän osamääriä (S2):

(T1) $\frac{x}{14} = \frac{16}{8}$(T2) $\frac{x}{14} = \frac{3}{8}$

Tehtävä 6, murtolukujen sieventäminen
Sievennä lauseke jakamalla osoittaja ja nimittäjä yhteisillä tekijöillä (S1) ja kirjoittamalla osoittajan ja nimittäjän alkulukufaktorisaatio (S2):

(T1) $\frac{78}{126}$(T2) $\frac{2a^2b}{6ab^3}$

Tehtävä 7, pienin yhteinen jaettava
Etsi pienin yhteinen jaettava kirjoittamalla taulukko monikerroista (S1) ja kirjoittamalla alkulukufaktorisaatio (S2):

(T1) $\{18,30\}$(T2) $\{4x^2, x^2 + x\}$

Multimodaalisuus 1. ja 4. luokan suomalaisissa matematiikan oppikirjoissa

Daranee Lehtonen

Helsingin yliopisto, humanistinen tiedekunta; Tampereen yliopisto, kasvatustieteiden tiedekunta

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin 1. ja 4. luokan matematiikan oppikirjojen multimodaalista tekstiympäristöä eli moninaisten semioottisten resurssien käyttöä, joka on keskeistä matematiikan oppimisessa. Tavoitteena oli selvittää, 1) millaisia semioottisia resursseja oppikirjoissa on sekä luettavaksi annettuna (ts. tekstien tulkinnassa) että tehtäviksi annettuna (ts. tehtävien tekstien tuottamisessa), 2) miten niitä hyödynnetään merkitysten luomisessa ja 3) kuinka monipuolisesti semioottisia resursseja hyödynnetään oppikirjoissa. Tutkimuksen lähestymistapana on monimenetelmä (*mixed-methods*). Aluksi tarkastelin aineistojen diskurssia yleisellä tasolla soveltaen metafunktiota ja aikaisempia tutkimuksia. Sen jälkeen erittelin aineiston sisältöjä määrällisesti: onko kyseessä tekstien tulkinta vai tuottaminen ja mitä semioottisia resursseja käytetään. Lopuksi tarkastelin eriteltyjen aineistojen diskurssia. Tutkimustulokset osoittavat, että multimodaalisuuden näkökulmasta monipuolisia tekstiympäristöjä huomioidaan hyvin vähän tutkituissa oppikirjoissa. Matematiikan symbolikieli on selkeästi dominoiva erityisesti tekstien tuottamisessa. Kaikissa oppikirjoissa erilaisia semioottisia resursseja hyödynnetään enimmäkseen vain oppilaan luku- ja laskutaitojen perusteella sekä matematiikan opetettavien sisältöalueiden kannalta. Oppilaan monilukutaidon kannalta matematiikan oppikirjojen tekstiympäristö voisi olla monipuolisempi: oppilaalle voitaisiin tarjota enemmän multimodaalista luettavaa ja tuotettavaa.

Artikkelin tiedot

LUMAT General Issue
Vol 6 No 1 (2018), 129–164

Lähetetty 3.5.2018
Hyväksytty 9.11.2018
Julkaistu 21.12.2018

Sivuja: 36
Lähteitä: 28

Yhteystiedot:
daranee.lehtonen@tuni.fi

https://doi.org/10.31129/LUMAT.6.1.341

Avainsanat: multimodaalisuus, matematiikka, oppikirja, alakoulu

Multimodality in 1st- and 4th-grade Finnish mathematics textbooks

This study investigated first- and fourth-grade mathematics textbooks' multimodal text environment. It aimed to discover 1) what semiotic resources are utilised for interpreting and producing texts, 2) how they are used for meaning-making and 3) how diversely. The inquiry strategy was mixed-methods. First, I analysed discourse of the research data generally using metafunction and previous research. Then, I quantified each semiotic resource's distribution in terms of text interpretation and production and types of semiotic resources. Finally, I analysed discourse of each quantified data. Research findings demonstrate that from a multimodal perspective, diverse textual environment is barely paid attention to. The symbolic language is dominant, especially to text production. In all textbooks, semiotic resources are used mainly on the basis of student's literacy and numeracy and to-be-leant mathematics contents. In favour of a student's multiliteracies, mathematics textbooks' text environment should be more diverse: offer more multimodal text interpretation and production.

Keywords: multimodality, mathematics, textbook, lower elementary school

1 Johdanto

Matemaattinen diskurssi voidaan nähdä *multimodaalisena* toisin sanoen moninaisten semioottisten resurssien viestintänä. Matemaattinen teksti rakentuu usein kolmesta semioottisesta resurssista: matematiikan symbolikielestä, luonnollisesta kielestä ja kuviokielestä, jotka nivoutuvat yhteen kokonaisuudeksi (mm. Joutsenlahti & Kulju, 2010; Lemke, 2003; O'Halloran, 2005; Schleppegrell, 2010). Multisemioottinen viestintä tukee muun muassa oppilaan matemaattista ajattelua ja käsitteiden ymmärtämistä (Joutsenlahti & Kulju, 2010; Morgan, 2001; O'Halloran, 2015a). Täten multimodaalisuudella on merkittävä rooli matematiikan oppimisessa.

Vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus, 2015) esitetään, että multimodaaliseksi muuttuvassa tekstimaailmassa oppilaan tulee kehittää omaa monilukutaitoaan (*multiliteracies*). Opetussuunnitelman mukaan ”*monilukutaito* perustuu laaja-alaiseen käsitykseen tekstistä”, joka voi olla ”sanallisten, kuvallisten, auditiivisten, numeeristen ja kinesteettisten symbolijärjestelmien sekä näiden yhdistelmien avulla ilmaistua tietoa” (s. 22). Opetussuunnitelma korostaa, että monilukutaitoa (ts. erilaisten tekstien tulkitsemisen, tuottamisen ja arvottamisen osaamista) kehitetään kaikissa oppiaineissa kaikilla luokka-asteilla. Oppilaiden monilukutaidon kehittyminen edellyttää monipuolisia tekstiympäristöjä, joista yksi onkin monimuotoisia tekstejä hyödyntävä oppimateriaali (Opetushallitus, 2015, ss. 22–23). Matematiikan opetuksen osalta multimodaalisuus on eräs keskeinen tavoite, sillä perusopetuksessa oppilaita rohkaistaan ilmaisemaan matemaattista ajatteluaan, päätelmiään ja ratkaisujaan eri tavoin (mm. kirjallisesti, suullisesti ja piirtäen) ja välineillä (ss. 128, 235, 374).

Monissa maissa Suomi mukaan lukien matematiikan opetus on oppikirjapainotteista (esim. Alshwaikh & Morgan, 2013; van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005; Jellis, 2008; Johansson, 2006; Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Joutsenlahden ja Vainionpään (2010) tutkimuksessa suurin osa suomalaisista luokanopettajista pitää oppikirjaa välttämättömänä matematiikan opetuksessa. Lisäksi Niemen (2008) tutkimustulokset osoittavat, että opetuksessa käytetyllä oppikirjalla on yhteys alakoulun oppilaiden suorituksiin. Edellä esitettyjen perusteella voidaan sanoa, että oppikirjoilla on keskeinen asema matematiikan opetuksessa. Näin oppikirjoilla on väistämättä suuri vaikutus oppilaiden multimodaalisen viestintätaidon kehittymiseen sekä matematiikan oppimiseen. Matematiikan oppikirjojen multimodaalisuuden tutkimus palvelee oppikirjojen kehittämistä ja käyttämistä. Kiinnostus oppikirjojen multimodaalisuuden tutkimukseen onkin herännyt vuosituhannen vaihteessa, mutta Suomessa sitä on tutkittu melko vähän. Matematiikan oppikirjojen osalta on julkaistu muutamia tutkimuksia. Kautto ja Peltoniemi (2006) tutkivat 4. luokan oppikirjojen kuvituksen muutosta (kuvien lukumäärän, kuvatyypin ja tehtävien muutosta) vuosina 1970–2004 kuva-analyysin avulla. Joutsenlahti ja Kulju (2010) tarkastelivat luonnollista kieltä ja symbolikieltä sanallisissa tehtävissä kielitieteen näkökulmasta. Ollikainen ja Rossin (2007) tutkivat sisällönanalyysillä, miten eri 3. luokan oppikirjojat tukevat oppilaan matemaattista ajattelua hyödyntämällä multisemioottisia resursseja. Kuitenkaan aiemmissa kotimaisissa tutkimuksissa ei ole tarkasteltu oppikirjojen multimodaalista tekstiympäristöä kokonaisuutena.

Tämän tutkimuksen tavoitteena olikin selvittää eri alakoulun matematiikan oppikirjasarjojen multimodaalista tekstiympäristöä eli multisemioottista viestintää. Lisäksi tutkimustuloksia peilataan uudessa opetussuunnitelmassa (Opetushallitus, 2015) mainittuun monilukutaidon oppimisen tavoitteeseen. Tutkimuksessa pyrin vastaamaan seuraaviin kysymyksiin: 1) millaisia semioottisia resursseja oppikirjoissa on sekä luettavaksi annettuna (ts. tekstien tulkinnassa) että tehtäviksi annettuna (ts. tehtävien tuottamisessa), 2) miten niitä hyödynnetään merkitysten luomisessa ja 3) kuinka monipuolisesti semioottisia resursseja hyödynnetään oppikirjoissa?

Tutkimus jakautuu kuuteen lukuun: 1) tutkimuslähtökohdat, tutkittava ilmiö sekä tutkimustavoitteet ja -kysymykset, 2) multimodaalisuuden teoriataustaa ja multimodaalisuus matematiikassa, 3) tutkimusaineistot ja -metodit, 4) tulokset, 5) pohdinta ja 6) johtopäätökset.

2 Multimodaalisuus

Ensin tarkastelen yleisempää multimodaalisuuden teoriataustaa sekä siihen liittyviä käsitteitä ja teoreettisia viitekehyksiä. Sen jälkeen keskityn multimodaalisuuteen matematiikassa.

2.1 Multimodaalisuuden teoriatausta

Jewittin, Bezemerin ja O'Halloranin (2016) *multimodaalisuuden* määritelmä viittaa siihen, että ihmiset kommunikoivat käyttämällä erilaisia resursseja (esim. puhetta, katsetta ja eleitä) merkityksen rakentamiseen (*meaning-making*). Heidän mukaansa multimodaalisesta näkökulmasta verbaalista viestintää ei pidetä muita tärkeämpänä, vaan merkityksiä rakennetaan erilaisten semioottisten resurssien kokonaisuudella. Merkityksen rakentamisessa semioottiset resurssit tarjoavat erilaisia mahdollisuuksia ja samalla ne ovat sidoksissa toistensa kanssa, joten multimodaalisuuden tutkimuksessa pyritään tarkastelemaan kaikkia käytettyjä semioottisia resursseja (Jewitt ym., 2016).

Multimodaalisuutta on tutkittu eri tiedonaloilla. Eri tiedonaloilla on eri tutkimusfokuksia, mitkä näkyvät niiden hyödyntämissä teorioissa ja menetelmissä (Jewitt, 2014). Tämän seurauksena multimodaalisuuden tutkimuksessa käytetyt käsitteet ovat usein osittain päällekkäisiä toistensa kanssa. Tässä tutkimuksessa *merkityksen rakentaminen* sekä *multimodaalinen viestintä* ja *diskurssi* merkitsevät samaa asiaa. *Semioottinen resurssi* on ”materiaaliresurssien merkityspotentiaali” (ts. viestijän mahdollisia merkityksen tuottamisen valintoja), joka ”on kehittynyt ajan myötä yhteisössä käytön kautta ja yhteiskunnan sosiaalisten tarpeiden mukaan” (Jewitt ym., 2016, s. 159). Tässä tutkimuksessa semioottinen resurssi viittaa eri matematiikan oppikirjoissa esiintyviin semioottisiin resursseihin, jotka Joutsenlahden ja Kuljun (2010) matematiikan diskurssin kolmen kielen mallin mukaan ovat symbolikieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli (ks. Lemke, 2003; O’Halloran, 2005; Schleppegrell, 2010).

Multimodaalisuutta voi tutkia eri näkökulmista riippuen tutkijan mielenkiinnosta ja tutkimuskohteesta (Jewitt, 2014; Jewitt ym., 2016). Tässä tutkimuksessa hyödynnän *systeemis-funktionaalista multimodaalista diskurssinanalyysia* (SF-MDA), joka on yksi näistä multimodaalisuuden tutkimuksen lähestymistavoista. SF-MDA perustuu Hallidayn systeemis-funktionaaliseen teoriaan (SFT). Jewittin, Bezemerin ja O'Halloranin (2016) mukaan SF-MDA -lähestymistavalla pyritään ymmärtämään ja kuvaamaan eri semioottisten resurssien tehtäviä sekä analysoimaan merkityksiä, jotka esiintyvät semioottisten valintojen yhdistyessä multimodaalisissa ilmiöissä. He ovat esittäneet, että multimodaalisissa kielenkäyttötilanteissa teemme kielellisiä valintoja ja käytämme erilaisia resursseja eri funktioissa. Tätä kutsutaan Hallidayn SFT:n mukaan *metafunktioksi*. Metafunktio jakautuu kolmeen:

ideationaaliseen, interpersoonaiseen ja tekstuaaliseen (esim. Halliday & Matthiessen, 2004). Halliday ja Matthiessen (2004) ovat valaisseet jokaista metafunktiota seuraavasti: *Ideationaalinen* metafunktio ilmaisee ihmisten kokemuksia (maailmaa) ja jakautuu eksperientiaaliseen ja loogiseen. *Eksperientiaalinen* metafunktio kuvaa tapahtumia, osallistujia ja niihin liittyviä seikkoja (esim. aikaa ja perusteita), kun taas *looginen* metafunktio luo semanttisia suhteita, siis yhdistää loogisesti tekstissä olevia yksikköjä, kuten tapahtumia tai osallistujia toisiinsa. *Interpersoonainen* metafunktio puolestaan kuvaa henkilökohtaisia ja sosiaalisia suhteitamme muiden kanssa. Toisin sanoin kielen kautta ilmoitamme tai kysymme, käskemme tai kehotamme sekä ilmaisemme arvostelumme ja asenteemme siihen, kenelle viestimme kohdistetaan ja mistä puhutaan. *Tekstuaalinen* metafunktio liittyy tekstin rakenteeseen. Se toimii muiden metafunktioiden tukena rakentamalla diskurssin järjestyksiä ja luomalla sujuvuutta, yhtenäisyyttä ja jatkuvuutta.

Shore (2012) on esittänyt, miten Hallidayn metafunktiota voidaan soveltaa suomen kielen tekstianalyysiin. Eksperientiaalisen kielenkäytön tarkastelussa tarkastellaan sanojen valintoja, sanojen välisiä suhteita sekä maailmaa konstruoivia (ekperientiaalisia) lausetyyppejä (mm. verbi ja siihen kuuluvat välttämättömät lauseenjäsenet). Loogisen metafunktion tarkastelufokukset ovat puolestaan lähinnä lausekkeiden ja lauseiden yhdistelmät, esimerkiksi adverbiaalilause, relatiivilause ja konjunktio. Interpersoonaisen kielenkäytön tarkastelussa keskitytään siihen, miten viestijä suhtautuu oman viestiinsä. Voidaan esimerkiksi tarkastella modaalisia lausetyyppeja (väite-, kysymys-, ja käskylause) ja muita modaalisia valintoja (esim. modaaliset partikkelit, kommenttiadverbiaalit ja sananvalinta). Lisäksi voidaan tutkia modaalisten lausetyyppien ja muiden modaalisten valintojen poissaoloa. Tekstuaalisen kielenkäytön tarkastelussa kiinnitetään huomiota koheesiokeinoihin, teeman- ja informaationkulkuun sekä visuaaliseen ilmeeseen.

Jewitt, Bezemer ja O'Halloran (2016) ovat väittäneet, että semioottisten resurssien kyky toteuttaa metafunktiota ei jakaudu tasaisesti. Heidän mukaansa jotkut resurssit toimivat tietyssä metafunktiossa paremmin kuin toiset, esimerkiksi kieli loogisessa ja kuva eksperientiaalisessa metafunktiossa. He ovat todenneet, että tämän takia multimodaalisen semiotiikan tehokkuus perustuu erilaisten metafunktioiden merkityksen rakentamiskykyihin, joita yksittäisen semioottisen resurssin käytöllä ei ole mahdollista saavuttaa. Heidän mukaansa SF-MDA-lähestymistavalla verrataan semioottisia resursseja toisiinsa ja tarkastellaan niiden yhdistämiä multimodaalisten tekstien merkityksiä metafunktioita hyväksi käyttäen.

Kuitenkin jokaisella semioottisella resurssilla on oma merkitysjärjestelmänsä, analyysiyksikkönsä ja rakenteensa (Jewitt ym., 2016). SF-MDA:ta on sovellettu eri multimodaalisten viestintätoimintojen tarkasteluun, kuten painettujen ja sähköisten tekstien, videoiden ja kolmiulotteisten esineiden analyysiin. Jewitt ym. (2016) ovat huomauttaneet, että tätä lähestymistapaa on kritisoitu lähinnä siitä, että systeemis-funktionaalisen teorian ja metafunktioiden soveltaminen luonnollisen kielen ulkopuolelle ei ole itsestään selvää. Lisäksi he ovat varoittaneet, että tarkastelussa ei saisi keskittyä liikaa yksittäiseen semioottisen resurssin järjestelmään, sillä merkitys on yleensä rakennettu eri semioottisten resurssien järjestelmän yhdistelmästä.

2.2 Multimodaalisuus matematiikassa

Matematiikan tekstejä on pidetty multimodaalisena diskurssina, joka koostuu kuten kuvassa 1 pääasiassa matematiikan symbolikielestä (esim. numerot ja matemaattiset symbolit), luonnollisesta kielestä (esim. suomi ja englanti) ja kuviokielestä (esim. kuvia ja diagrammeja) (mm. Joutsenlahti & Kulju, 2010; O'Halloran, 2005). Esitän ensin jokaisen semioottisen resurssin konventioita (merkitysjärjestelmää ja piirteitä), joita on havaittu aikaisemmissa tutkimuksissa, ja sitten niiden yhdistelmiä kokonaisuutena.

Kuva 1. Eri semioottisten resurssien käyttö matematiikan oppikirjassa (*Kymppi 1 syksy*, s. 44)

Matematiikan symbolikieli (mathematical symbolism). O'Halloran (2005) on esittänyt, että luonnollisesta kielestä kehitetyn matematiikan symbolikielen tehtävänä on järjestää, mallintaa tilanteita, esittää kuvioita, ratkaista ongelmia sekä ennustaa. O'Halloranin (2015a) mukaan symbolikieli keskittyy nimenomaan eksperientiaaliseen ja loogiseen merkitykseen, mutta samalla vähentää interpersoonaista merkitystä (vrt. luonnollisessa esiintyvä kysymys, käsky ja ehdotus), mikä lisää joustavuutta eksperientiaaliseen ja loogiseen merkitykseen. Symbolikielellä esitetään pääasiassa matemaattista tietoa, ilmaistaan absoluuttista modaalisuutta (esim. epävarmuutta ilmaistaan todennäköisyydellä) ja eliminoidaan konteksteja.

Aikaisemmissa tutkimuksissa on havaittu useita matematiikan symbolikielelle tyypillisiä piirteitä. Symbolikieltä luetaan useimmiten vasemmalta oikealle, mutta myös oikealta vasemmalle sekä ylhäältä alaspäin (Meaney, 2005). O'Halloran (2015a) on kuvannut, että symbolinen merkintätapa rakentuu kokonaisuudesta, jossa merkkejä on organisoitu merkityksen rakentamista varten. Hänen mukaansa symboliseen merkintätapaan sisältyy prosessityyppejä, kuten yhteen- ja vähennyslasku. Hän on myös havainnut, että symbolikielen kieliopillisella järjestelmällä matemaattisia suhteita on koodattu täsmällisesti ja yksiselitteisesti. O'Halloran (2015b) on väittänyt, että täsmällisiä ja yksiselitteisiä matemaattisia suhteita ei ole mahdollista ilmaista yhtä helposti luonnollisella kielellä. Lisäksi matemaattinen merkintätapa on eksperientiaalisesti tiheä, sillä jokaisella elementillä on tarkka merkitys suhteessa muihin elementteihin, mutta samalla joustava, sillä elementit voidaan kieliopillisilla strategioilla (esim. sulkeiden käytöllä ja sääntöjärjestyksellä) järjestää uudelleen tarpeen mukaan (Meaney, 2005; O'Halloran, 2015a). Matematiikan symbolisiin ilmaisuihin sisältyy tiheitä nominilausekkeita, jotka viittaavat matemaattisiin operaatioihin (esim. yhteen laskemiseen ja vähentämiseen), sekä relationaalisia (*olla* ja *jollakulla on*) ja eksistentiaalisia (*olla olemassa*) prosesseja ilmaisevia verbejä (O'Halloran, 2005).

Meaney (2005) ja O'Halloran (2005) ovat huomauttaneet, että matematiikan symbolikieli saattaa tuottaa vaikeuksia asiaa tuntemattomalle ja aloitteleville oppijoille seuraavien syiden vuoksi. Uusien symbolien käyttö ja uudet kieliopilliset strategiat (esim. sulkeiden käyttö ja sääntöjärjestys) vaativat opiskelua ja käytön harjoittelua. Tiheä ja moniosainen rakenne edellyttää merkityksen purkamistaitoa. Interpersoonaisen merkityksen niukkuus on vieras viestintätapa monille. Lisäksi matematiikan symbolikielen lukemista ja kirjoittamista ei yleensä muodollisesti opeteta. Sen tähden monilla on vaikea osata hyvin lukea ja kirjoittaa symbolikieltä.

Luonnollinen kieli (language). Matematiikan teksteissä käytettyä luonnollista kieltä on tutkittu Hallidayn systeemis-funktionaalisen lingvistiikan näkökulmasta (esim. Meaney, 2005; Morgan, 2006; O'Halloran, 2005). Aiempien tutkimustulosten mukaan matematiikan teksteissä on tiheiksi nominilausekkeiksi muotoiltuja toimintoja sekä suhteita ilmaisevia verbejä (esim. O'Halloran, 2005). Lisäksi teksteissä käytetään usein vierasta tekstirakennetta, arkikäytön kanssa ristiriitaista erikoista terminologiaa (Schleppegrell, 2010) ja varmuutta ilmaisevia modaalisia kielenaineksia, kuten *täytyä*-verbiä ja *välttämätön*-adjektiivia (Herbel-Eisenmann & Wager, 2007). Lisäksi käytetään paljon relationaalisia lauseita ja loogisia konnektiiveja (Meaney, 2005). Tällainen ilmaisu tiivistää matemaattisia tietoja tehokkaasti sekä välittää niitä tietoja täsmällisesti, mutta toisaalta se tekee teksteistä vaikeampia ymmärtää (O'Halloran, 2005).

Matematiikan luonnollisesta kielestä poistetaan usein ihmisen läsnäolo. Teksteissä häivytetään ihmisen toimintoja piilottamalla lauseiden tekijä (Herbel-Eisenmann & Wager, 2007; Meaney, 2005; Morgan, 2006) ja tosielämää esitetään vain matematiikan soveltavana esimerkkinä sanallisissa tehtävissä, mikä yleensä häivyttää tekijöiden persoonan ja tilannekontekstin (*de-personalization* ja *de-contextualization*) (Herbel-Eisenmann & Wager, 2007). Lisäksi teksteissä ei yleensä esiinny *minä*-persoona vaan *sinä*-persoona (Herbel-Eisenmann & Wager, 2007). Tyypillinen *sinä*-persoonainen imperatiivilause antaa ymmärtää, että kirjoittaja antaa noudatettavia ohjeita lukijalle (Herbel-Eisenmann & Wager, 2007; Morgan, 2006; Nugroho, 2010). Edellä mainittujen piirteiden perusteella näyttää siltä, että oppikirjoissa matematiikka asetetaan persoonattomaksi ja objektiiviseksi sekä kirjoittajan ja lukijan välinen suhde vieraantuneeksi.

Kuviokieli (visual images). O'Halloranin (2015b) mukaan kuviokieli on tärkeä matemaattisten suhteiden ja kuvioiden ymmärtämisessä sekä matemaattisessa päättelyssä. Hänen mukaansa kuviokieli konkretisoi abstraktista matemaattista tietoa (mm. käsitteitä ja prosesseja), joka on koodattu symbolikielellä. Lisäksi kuviokieli esittää matemaattisia osia toistensa suhteessa kokonaisuutena (O'Halloran, 2015b). Tämän takia matemaattisiin kuviin sisältyy usein paljon informaatiota, mikä puolestaan saattaa johtaa monimutkaiseen visuaaliseen viestintään (O'Halloran, 2015a).

Kuten muutkin semioottiset resurssit matematiikan teksteissä, kuviokieli on yleensä persoonatonta ja kontekstitonta. Esimerkiksi Herbel-Eisenmann ja Wager (2007) ovat havainneet, että kuvissa esiintyy hyvin vähän ihmisiä ja esiintyvät ihmiset edustavat enimmäkseen ketä tahansa. Lisäksi O'Halloran (2015a, b) on huomauttanut, että yleensä kulttuurinen ja tilanteellinen konteksti poistetaan kuvista. O'Halloranin mukaan tämän syynä on, että kuviokielen on johdettava lukijan huomioita täsmällisiin ja yksiselitteisiin matematiikan sisältöihin.

Kuviokielellä on oma merkityksen rakentamisen kieliopillinen järjestelmänsä, joten visuaalisen representaation merkitystä ei voida suoraan rinnastaa verbaaliseen (O'Halloran, 2015a). Lisäksi kuviokieltä on pidetty matematiikassa vähemmän tärkeänä kuin symbolikieltä sen hyödyllisyydestä huolimatta (O'Halloran, 2015b). Kuviokielen asema matematiikassa on parantunut ajan myöten, kun on huomattu, kuinka kuviokieli auttaa matemaattisten käsitteiden merkityksen rakentamisessa. (O'Halloran, 2015a).

Multimodaalinen matematiikan kieli. Symbolikielen, luonnollisen kielen ja kuviokielen esittely erillisinä ei vielä riitä kuvaamaan, miten matematiikassa ilmaistaan merkityksiä. Todellisuudessa eri kielet rakentavat yhdessä matemaattista merkitystä kokonaisuutena, jota ei ole mahdollista ilmaista yksittäisellä semioottisella resurssilla (mm. Lemke, 2003; O'Halloran, 2015a). Jokaisella resurssilla on tietty tehtävä ja rooli matemaattisen merkityksen rakentamisessa. Kuten edellä on esitetty, luonnollista kieltä käytetään esittämiseen, selittämiseen ja perustelemiseen, symbolikielellä ilmaistaan matemaattista kokonaisuutta ja prosessien suhteita sekä saavutetaan ratkaisuja ja kuviokieli taas tekee matemaattisia suhteita näkyväksi. Tämän perusteella voidaan todeta, että matematiikan viestinnässä tarvitaan monilukutaitoa, jolla voi käsitellä multimodaalista merkityksen rakentamisjärjestelmää.

Monissa ehdotetuissa multimodaalisen diskurssin analyysiviitekehyksissä ei yleensä huomioida matematiikan symbolikieltä. Tässä tutkimuksessa sovelletaan O'Halloranin (2005) kehittämää Hallidayn systeemis-funktionaaliseen teoriaan perustuvaa SF-MDA -viitekehystä, jolla voi analysoida kaikkia semioottisia resursseja matematiikan teksteissä ja luokan diskurssissa. Tätä on aiemmin sovellettu singaporelaisen 1. luokan matematiikan oppikirjan multimodaalisuuden tarkasteluun (ks. Nugroho, 2010).

3 Menetelmät

3.1 Aineisto

Tutkimusaineistona on tekstejä kolmesta eri matematiikan oppikirjasarjasta 1. ja 4. luokkien syksylle. Aineistona on seuraavat perinteiset painetut oppikirjat: Sanoma Pron kustantama *Kymppi 1 syksy* ja *4 syksy*, Otavan *Tuhattaituri 1a* ja *4a* sekä Edukustannuksen *YyKaaKoo 1A* ja *NeeViiKuu 4A*. Tutkimuksessa ei analysoitu kirjasarjojen e-oppikirjoja. Olen valinnut aineistot tutkimustavoitetta ajatellen. Kaikki tutkitut oppikirjasarjat on laadittu kustantajien mukaan vuoden 2014 opetussuunnitelman mukaisesti. Jotta saisin kattavaa kuvaa oppikirjojen teksteistä, olen valinnut tutkimukseen sekä 1. että 4. luokkien oppikirjoja. 1. luokan oppikirjat edustavat oppimateriaaleja, jotka on tarkoitettu koulutiensä aloittaville oppilaille ja 4. luokan oppikirjat taitavammille oppilaille. Tutkin oppikirjojen multimodaalisuutta pääosin luonnollisten lukujen (0, 1, 2, 3, …) yhteen- ja vähennyslaskuja käsittelevien kirjan lukujen kautta, sillä ne ovat molempien luokka-asteiden opittavia sisältöjä kaikissa kirjasarjoissa. Opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2015) mukaan vuosiluokilla 1–2 ”kehitetään oppilaiden yhteen- ja vähennyslaskutaitoja… Yhteen- ja vähennyslaskut konkretisoidaan erilaisissa sovellustilanteissa” (s. 129), kun taas vuosiluokilla 3–6 ”harjoitellaan yhteen- ja vähennyslaskualgoritmeja” eli -laskutoimituksia ”sekä varmistetaan niiden osaaminen” (s. 235). Tutkimuksessa tarkastelen vain kaikille oppilaille tarkoitettuja teoriaosia ja perustehtäviä, joita käytetään oppitunneilla. Eriyttävät lisätehtävät ja kotitehtävät jäivät tutkimuksen ulkopuolelle.

3.2 Metodi

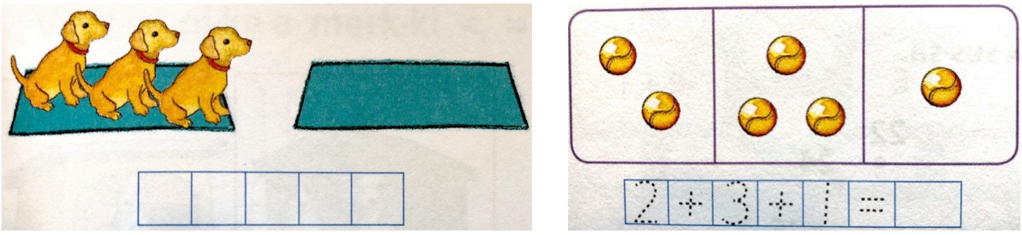
Tämän tutkimuksen lähestymistapana on monimenetelmä (*mixed-methods*). Keräsin ja analysoin tutkimusaineistot sekä laadullisesti että määrällisesti. Tarkoituksena oli kerätä monipuolisia aineistoja, jotta voisin kuvata tutkimustuloksia yleisesti ja perusteellisesti (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 58). Tutkimusaineiston analyysi jakautui kolmeen vaiheeseen: yleistasoiseen diskurssianalyysiin, sisällön erittelyyn sekä edellisen vaiheen sisällön erittelyn diskurssianalyysiin.

Ensimmäisessä vaiheessa käytin O’Halloranin SF-MDA -viitekehystä (ks. O’Halloranin, 2005) vain suuntaa-antavana, koska tutkimustavoitteenani ei ollut pyrkiä yksityiskohtaiseen matematiikan oppikirjojen multimodaalisen tekstiympäristön kuvaukseen vaan saada kokonaiskuva semioottisten resurssien käytöstä ja merkitysten luomisesta sekä semioottisten resurssien käytön monipuolisuudesta. Aluksi tarkastelin eri oppikirjojen tekstiympäristöä yleisellä tasolla, muun muassa rakenteita, sisältöjä ja ulkoasua O'Halloranin viitekehyksen pohjalta. Sen jälkeen tutkin oppikirjoissa esiintyvien semioottisten resurssien (luonnollisen kielen, matematiikan symbolikielen ja kuviokielen) eri tasoisia rakenteita ja niiden käyttöä metafunktiota (ks. alaluku 2.1) ja aiempia tutkimuksia (ks. alaluku 2.2) soveltaen. Tarkastelin aineistosta, miten semioottisia resursseja käytetään rakentamaan *metafunktiota* eli eksperientiaalista, loogista, interpersoonaista ja tekstuaalista merkitystä. Tarkastelun fokuksessa oli, *missä tehtävissä* eri resurssit käytetään sekä *miten* niitä hyödynnetään yhteen- ja vähennyslaskun oppimisessa.

Toinen vaihe oli sisällön erittely (ks. Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 88), jossa erittelin koko aineiston sisältöjä määrällisesti. Aluksi luokittelin yksittäisen "virkkeen" sen mukaan, onko kyseessä oppilaiden tekstien tulkinta vai tuottaminen. Tämän lisäksi luokittelin jokaisen virkkeen semioottisten resurssien mukaan luonnolliseen kieleen, symbolikieleen ja kuviokieleen. Lopuksi kvalifioin (ks. Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 99) jokaisen semioottisen resurssin jakautumisen tekstien tulkinnan ja tuottamisen suhteen, jotta voisin määrällisesti verrata tekstiympäristön monipuolisuutta eli eri semioottisten resurssien esiintymistä ja tehtäviä keskenään.

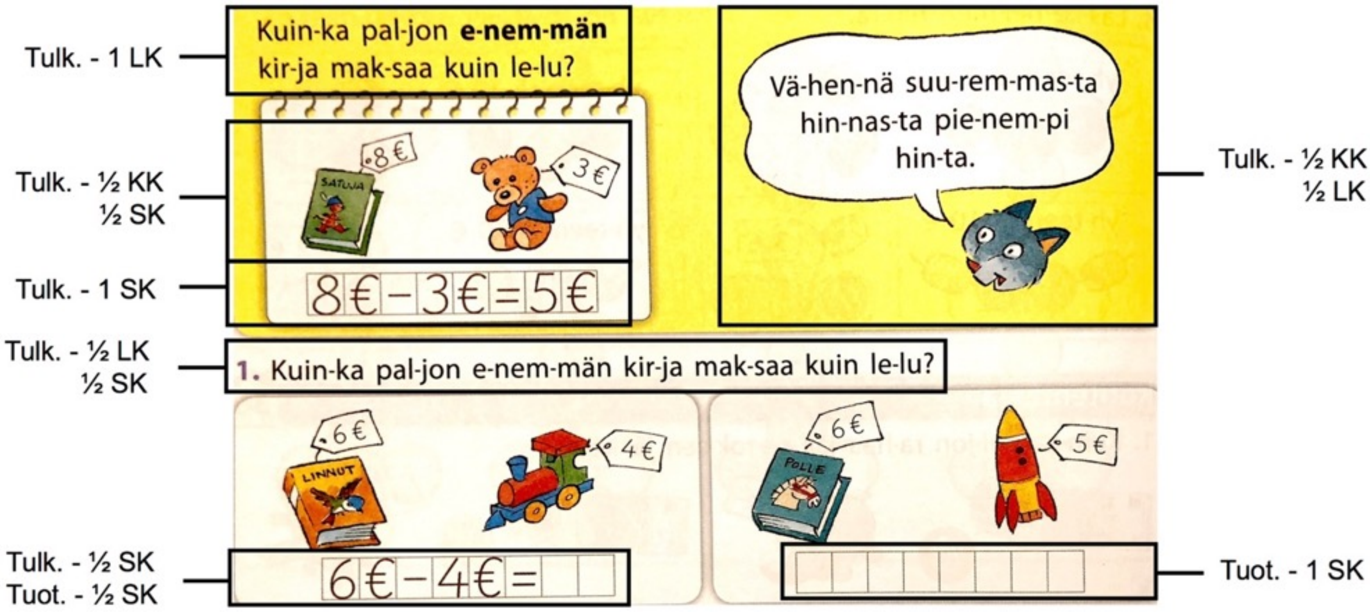
Luokittelin semioottisten resurssien yksittäisiä virkkeitä luonnollisen kielen virkkeen määrittelyn valossa. Isossa suomen kieliopissa (2008, § 864) määritellään, että "virke on tekstin ortografinen rakenneyksikkö", joka voi muodostua lauseesta (esim. *Kuinka paljon rahaa jää?*) tai lauseista (*Kuinka paljon rahaa jää, kun ostos on maksettu?*) mutta myös verbittömästä ilmauksesta (esim. *yhteenlaskun kertaus*) tai yksittäisestä sanasta (esim. *yhteenlasku*). Aineistossa esiintyvät sanojen lyhenteet (yleiset, kuten *km*, *mm*, *s.* (sivu), *kr* (kruunu) sekä tapauskohtaiset, kuten *v* (vastaus), *Y* (ykköset), *K* (kymmenet), *S* (sadat) jne.) tulkitsin luonnolliseksi kieleksi. Luonnollisen kielen virkettä mukaillen määritin, että yksi symbolikielen virke (ts. symbolikielen rakenneyksikkö) voi muodostua matematiikan lausekkeesta (esim. 5, 5€, 2+3 tai 2+3+4), yhtälöistä (esim. 2+3=5 tai 2+3+4=5+4=9) tai lausekkeen arvosta (esim. =5) (Huom. € on luokiteltu symbolikieleen, mutta *kr* luonnolliseen kieleen). Kuviokielen tapauksessa yksi kuva tai monta kuvaa, jotka muodostavat kokonaisuuden, on yksi kuviokielen virke (ts. kuviokielen rakenneyksikkö). Kuviokielen virkkeiden laskemisessa on käytetty apuna luonnollista ja symbolikieltä.

Esimerkiksi kuvassa 2 vasemmalla oleva kuva voi ilmaista luonnollisella kielellä ”kolme koiraa ja ei yhtään koiraa” ja symbolikielellä ”3+0”, vastaavasti oikealla oleva kuva ”kaksi palloa, kolme palloa ja yksi pallo” ja ”2+3+1”. Näin sekä vasemmalla että oikealla oleva kuva on tulkittu yhdeksi virkkeeksi. Tarkastelussa kuvien ja piirroksien lisäksi graafiset elementit (esim. diagrammi, viiva ja värikoodin käyttö) sekä laskuvastausten rengastaminen ja yhdistäminen on tulkittu kuviokieleksi.



Kuva 2. Yksi kuviokielen virke (Tuhattaituri 1a, ss. 43 ja 158)

Kuten kuvassa 3 kaikki yksittäiset virkkeet muodostuvat yleensä monista semioottisista resursseista. Lisäksi yksi yksittäinen virke toimii usein sekä tulkittavana että tuottavana virkkeenä. Tällaisessa tapauksessa laskennan käytännöllisyyden vuoksi jaoin eri resursseja ja niiden tehtäviä tasaisesti niiden virkkeessä esiintymisosuudesta ja asemasta huolimatta. Esimerkiksi laskin yhden symboli- ja kuviokielellä muodostetun tulkittavan yksittäisen virkkeen, kuten *1. Kuinka paljon enemmän kirja maksaa kuin lelu?* puoleksi symbolikielellä (tehtävän järjestyksen ilmaiseva ”1.” järjestysluku) ja puoleksi luonnollisella kielellä (luonnollinen kielen lause) muodostetuksi tulkittavaksi virkkeeksi. Kuvan 3 kohdan, jossa yhdistyy lause *Vähennä suuremmasta hinnasta pienempi hinta* kuvaan puhuvasta kissasta, luokittelin yhdeksi luonnollisella (puhekuplassa oleva ohje oppilaalle) ja kuviokielellä (kissan kuva) muodostetuksi virkkeeksi. Laskin myös yhden symbolikielisen, yksittäisen virkkeen (esim. 6€-4€=___) puoleksi symbolikielellä tulkittavaksi ja puoleksi symbolikielellä tuotettavaksi virkkeeksi. Rajasin pois tekstit, jotka eivät liity suoraan yhteen- ja vähennyslaskun oppimiseen, kuten sivunumerot ja koristavat kuvat.



Kuva 3. Esimerkki eri semioottisten resurssien virkkeiden määrän laskemisesta (*Kymppi 1 syksy*, s. 148) (Tulk. = tekstin tulkinta, Tuot. = tekstin tuottaminen, KK = kuviokielen virke, LK = luonnollisen kielen virke; SK = symbolikielen virke)

Lopuksi tarkastelin eriteltyjen aineistojen diskurssia eli sitä, millaisissa tehtävissä (tulkinnassa vai tuottamisessa) eri semioottiset resurssit esiintyvät ja millä tavalla. Lisäksi vertasin yksityiskohtaisemmin eri semioottisten resurssien tehtäviä ja esiintymistapoja toisiinsa esimerkkien kautta.

4 Tulokset

Tutkimustulokset jakautuvat kahteen osaan. Ensimmäisessä osassa tarkastelen yleisesti oppikirjojen multisemioottista tekstiympäristöä kokonaisuutena ja niissä esiintyviä erilaisia semioottisia resursseja. Toisessa osassa käsittelen tekstiympäristön monipuolisuutta.

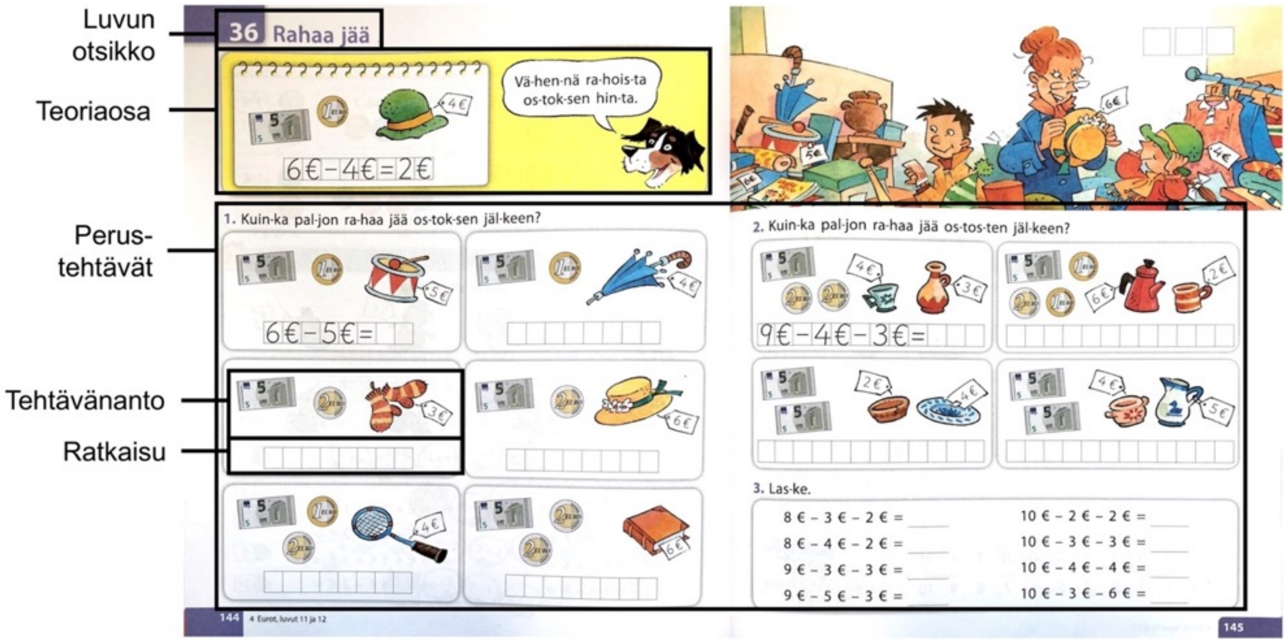
4.1 Multisemioottinen tekstiympäristö

Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää oppikirjojen multisemioottista tekstiympäristöä. Tarkastelen ensin, millaisena tekstiympäristö näyttäytyy kokonaisuutena ja sitten, miten eri semioottisia resursseja (symbolikieltä, luonnollista kieltä ja kuviokieltä) hyödynnetään. Esitän tutkimusaineistojen yhteenvedon oppikirjakohtaisesti eriteltynä taulukossa 1. Taulukosta voi havaita, että eri oppikirjoissa käsitellään luonnollisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskuja laajuudeltaan vaihtelevasti. 1. luokan oppikirjoissa on ylipäänsä enemmän näitä aiheita käsitteleviä lukuja ja sivuja verrattuna 4. luokan oppikirjoihin. Toisaalta 4. luokan oppikirjoissa on tiheämpiä virkkeitä sivumäärän suhteen kuin 1. luokan oppikirjoissa (virke/sivu: *Kymppi 1 syksy*=21,9; *Tuhattaituri 1a*=16,8; *YyKaaKoo 1A*=22,2; *Kymppi 4 syksy*=22,6; *Tuhattaituri 4a*=27,6; *NeeViiKuu 4A*=25,6).

Taulukko 1. Tutkimusaineistojen (luonnollisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskujen käsittelevät teoriaosat ja perustehtävät) yhteenveto oppikirjakohtaisesti.

Oppikirja	Kustantaja	Paino-vuosi	Kirjan lukujen määrä	Sivujen määrä	Teoria-osioiden määrä	Perus-tehtävien määrä	Sivujen määrä
Kymppi 1 syksy	Sanoma Pro	2016	13	26	6	36	570
Tuhattaituri 1a	Otava	2014	8	16	4	17	269
YyKaaKoo 1A	Edukustannus	2017	8	15	3	29	333
Kymppi 4 syksy	Sanoma Pro	2017	6	12	5	24	271
Tuhattaituri 4a	Otava	2015	4	8	3	14	221
NeeViiKuu 4A	Edukustannus	2014	6	12	6	24	307
Yhteensä			45	89	27	144	1971

Kaikissa oppikirjoissa on kuitenkin hyvin samankaltainen rakenne. Yksi kirjan luku koostuu tyypillisesti kahdesta aukeamasta, jotka on tarkoitettu yhdelle oppitunnille. Ensimmäinen aukeama on aina eräänlainen perusaukeama, joka rakentuu yleensä kolmesta *minigenrestä* (ks. O'Halloran, 2009): luvun otsikosta, teoriaosasta ja perustehtävästä (ks. kuva 4).



Kuva 4. Oppikirjojen tyypillinen perusaukeama (*Kymppi 1 syksy*, ss. 144–145).

Kirjan luku alkaa aina sen järjestysluvulla sekä otsikolla, joka suuntaa oppilaita opittavaan aiheeseen. Otsikkoa seuraa yleensä teoriaosa, joka sisältää matemaattisen käsitteen tai operaation kuvauksen ja mahdollisesti esimerkkejä. Teoriaosa erottuu selkeästi muista osista useimmiten omalle alueelle rajaamisella ja kattaa pääosin noin yhden kolmas–kahdesosan sivusta. Teoriaosan jälkeen on numeroituja matemaattisia perustehtäviä, jotka rakentuvat kahdesta osiosta, tehtävänannosta ja tilasta sen ratkaisulle. Yhdessä tehtävässä on yleensä monia samantyyppisiä alatehtäviä. Siksi on vaikeaa vertailla eri oppikirjoissa olevien aineistojen laajuutta tehtävien määrän perusteella. On myös huomioitava, että kertausluvut poikkeavat tästä rakenteesta. Niissä ei ole teoriaosaa vaan aikaisemmin esitettyjen asioiden harjoitustehtäviä.

Perinteisesti oppikirjojen rakenteessa luonnollisella kielellä kirjoitettuja leipätekstejä erotetaan selvästi muista osista. Kuitenkin tutkituissa oppikirjoissa kaikki semioottiset resurssit sijoitetaan lähekkäin toisiaan ja niiden väliset rajat hämärtyvät. Mini-genret erottuvat toisistaan spatiaalisen läheisyyden (esim. rivivälien) ja graafisten elementtien (esim. rajojen) ansiosta (ks. kuvaa 4).

Kaikkien kirjasarjojen matemaattisten käsitteiden ja laskutoimintojen esitykset sekä perustehtävät laaditaan yleensä oppilaita lähellä olevista teemoista eli arkielämän konteksteista, joihin he voivat soveltaa matematiikkaa. 1. luokan kaikissa oppikirjoissa esiintyy oppilaille tuttuja arkipäiväisiä tilanteita, kuten esineiden ja eläimien laskemista sekä herkkujen ja lelujen ostamista. 4. luokan oppikirjoissa esiintyvät tilanteet vaihtelevat kirjasarjojen välissä. *Kymppi 4 syksy* -oppikirjassa kaikki esiintyvät tilanteet liittyvät oppilaiden arkipäivään, esimerkiksi vaatteiden ostamiseen ja lasten lukumäärän vertailuun. *Tuhattaituri 4a* -oppikirjassa esiintyy oppilaille tuttuja kokemuksia, kuten museon kävijöiden määrän sekä automatkan laskemista. Osat *NeeViiKuu 4A* -oppikirjassa esiintyvistä tilanteista (esim. sademäärän vertailu ja paikkakuntien asukasmäärän lasku) sen sijaan ovat jokseenkin kaukana 4. luokkalaisten arkielämästä.

Matematiikan symbolikieli. Kaikissa 1. luokan oppikirjoissa esitetään yhteen- ja vähennyslasku koulun aloittajille ensimmäistä kertaa. Kirjoissa ”+” plusmerkki tarkoittaa yhteenlaskuoperaatiota, ”-” miinusmerkki vähennyslaskuoperaatiota sekä ”=” yhtäsuuruusmerkki yhtä-suuri-kuin -suhdetta. Esimerkkinä ”2-1=1” -yhtälöä voidaan pitää yhtenä luonnollisen kielen virkkeenä, jossa kaksi nominilauseketta, ”2-1” ja ”1” linkitetään ”=”, olla-yhtä-suuri-kuin -verbilausekkeella. ”=” -merkki on siis kahden nominilausekkeen välisen suhteen ilmaiseva verbi, jota voidaan verrata suhdetta konstruoiviin verbeihin, kuten olla, sisältää ja koostua (vrt. Shore, 2012, s. 165). Samalla ”2-1” -nominilauseke tarkoittaa operaatiota, jossa kahdesta vähennetään yksi. Matematiikan lausekkeissa lukusanoja (esim. yksi ja kaksi) ei käytetä ilmaisemaan jonkun substantiivin lukumäärää (esim. **kaksi** lintua), vaan itsenäisinä substantiiveina (esim. kaksi plus yksi). Lisäksi kirjoissa olevat tehtävät, kuten ”2+1=__” antavat oppilaalle ohjeen, jonka mukaan hänen on suoritettava matemaattinen operaatio tässä tapauksessa ”lisätään yksi kahteen”, jotta saisi tehtävän ratkaistua. Tämän jälkeen kirjoissa esitetään, että yhteen- ja vähennyslaskuoperaatio voi olla ketjuna. Esimerkkinä ”4+3-2” -lauseke tarkoittaa sitä, että ensin lisätään kolme neljään ja sitten vähennetään kaksi edellisen operaation tuloksesta. Kaikissa 4. luokan oppikirjoissa esitetään, että yhtäsuuruussuhde voi myös olla jatkumona, esimerkiksi ”90+25=90+20+5=115”. Lisäksi kirjoissa käsitellään myös yhteen- ja vähennyslaskun merkintöjä allekkain, jota luetaan ylhäältä alaspäin. Oppikirjojen lukemisen ja ymmärtämisen lisäksi oppilaan on osattava myös muodostaa itse matematiikan lausekkeita.

Luonnollinen kieli. Se, että kaikki oppikirjat on tarkoitettu alakoululaisille, näkyy erilaisten strategioiden käytöstä oppilaiden lukemisen ja ymmärtämisen helpottamiseksi. Kaikissa oppikirjoissa käytetään vain isoja kirjasinkokoja ja yksinkertaisia pääteviivattomia (*sans-serif*) kirjasintyyppejä. 1. luokan oppikirjoissa käytetään tavuviivoja. Lauserakenteen osalta hyödynnetään useimmiten avainsanoja laskutoimintojen vihjeinä (esim. yhteenlasku: *tulee lisää*, *yhteensä* ja *yhteis-*; vähennyslasku: *pois*, *jää* ja *jäljellä* sekä vertailu: *enemmän*, *vähemmän* ja *-ero*), jotta semanttiset suhteet olisivat selkeät oppilaalle. Laskutoimituksen ohjeita annetaan yleensä vaiheittain, esimerkiksi *Vä-hen-nä* ***en-sin*** *2 ja* ***sit-ten vie-lä*** *3. (Kymppi 1 syksy, s. 104).*

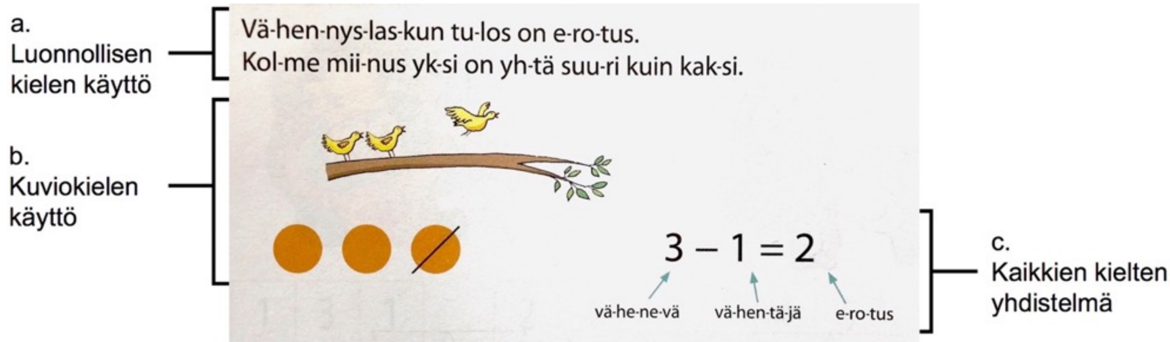
Lisäksi kaikissa oppikirjoissa suuri osa virkkeistä on lyhyitä ja yksinkertaisia, esimerkiksi *Kuin-ka mon-ta e-nem-män on pul-lia kuin kek-se-jä?* (*YyKaaKoo 1A*, s. 116). 4. luokan oppikirjojen virkkeet ovat hiukan pidempiä ja monimutkaisempia kuin 1. luokan, esimerkiksi *Kuinka monta tuntia enemmän aurinko paistaa Maarianhaminassa kuin Kööpenhaminassa?* (*NeeViiKuu 4A*, s. 33). Oppikirjojen virkkeet rakentuvat yleensä yhdestä lauseesta. Poikkeuksena Tuhattaituri-kirjasarjassa esiintyy muutamia yhdyslauseita. Tästä esimerkkinä on seuraava virke: *Kuin-ka pal-jon ra-haa jää, kun os-tos on mak-set-tu?* (*Tuhattaituri 1a*, s. 75).

Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteitä selitetään vain 1. luokan oppikirjoissa. Kaikkien oppikirjojen käsitteiden selitykset ovat suhdelauseita (ks. Shore, 2012, s. 165), joissa hyödynnetään suhdetta konstruoivaa verbiä *olla*. Predikaattina olla-verbi kertoo lauseen subjektin ja predikaatin takana olevien lauseenjäsenten suhteesta, esimerkiksi *Yh-teen-las-kun tu-los* **on** *sum-ma. Kak-si plus kol-me* **on** *yh-tä suu-ri kuin vii-si.* (*YyKaaKoo 1A*, s. 60).

Yleensä oppikirjoissa ihmisen persoona ja tilannekonteksti häivytetään pois. Käsitteiden selityksissä väitelauseen tekijöinä ei ole ihmisiä, vaan matemaattisia elementtejä, esimerkiksi ***Vä-hen-nys-las-kun tulos*** *on e-ro-tus.* ***Kol-me mii-nus yk-si*** *on yh-tä suu-ri kuin kak-si* (*YyKaaKoo 1A*, s. 68). Esimerkeissä ja sanallisissa tehtävissä olevat ihmiset ovat yleensä yleisnimellä, kuten *lapsi*, *aikuinen*, *taikuri* ja *katsoja*. Lisäksi sanallisissa esimerkeissä ja tehtävissä annetaan pelkästään tarvittavat tiedot ratkaisua varten, esimerkiksi *Atte juoksi tiistaina 6 km ja torstaina 7 km. Kuinka monta kilometriä hän juoksi yhteensä?* (*Tuhattaituri 4a*, s. 7). Kuten edellisissä esimerkeissä lauseet ovat lähinnä kolmannessa persoonassa. Poikkeavasti *Kymppi*-kirjasarjassa esiintyy kirjasarjan hahmojen erisnimiä sekä *minä-* ja *sinä-*persoona, kuten *Kuinka monta keksiä jää?* ***Syön*** *2.* (*Kymppi 1 Syksy*, s. 73) ja ***Poimit*** *2 sientä. Kuinka monta jää?* (s. 57).

Laskutoimitusten sekä tehtävien tehtävänannoissa hyödynnetään pelkästään *sinä-* ja *te-*persoonaisia käskyilmauksia. Lähes kaikki ohjeet ovat lyhyitä imperatiivilauseita, esimerkiksi *Laske.*, *Tee yhteenlasku.* ja *Ratkaiskaa yhdessä.*

Kuviokieli. Kaikissa oppikirjoissa hyödynnetään kuviokieltä monin tavoin moniin tarkoituksiin. Kohta b kuvassa 5 on 1. luokan oppikirjojen tyypillinen tapa käyttää kuviokieltä visualisoimaan yhteen- ja vähennyslaskun käsitteitä sekä laskutehtäviä. Tässä tarkoituksessa käytetään värikkäitä esineiden, eläinten ja ihmisten piirroskuvia, joiden merkityksettömät osat, kuten taustat, pelkistetään.



Kuva 5. Semioottisten resurssien käyttö vähennyslaskun teoriaosassa (*YyKaaKoo 1A*, s. 68).

Yhden tarinamaisen kuvan (esim. kohta b kuvassa 5) lisäksi parissa oppikirjoissa hyödynnetään sarjakuvamaisia kuvia. Esimerkiksi kuvassa 6 merkitys koostuu kolmesta kuvasta, jotka kertovat 3-vaiheista yhteenlaskuun liittyvää tarinaa.

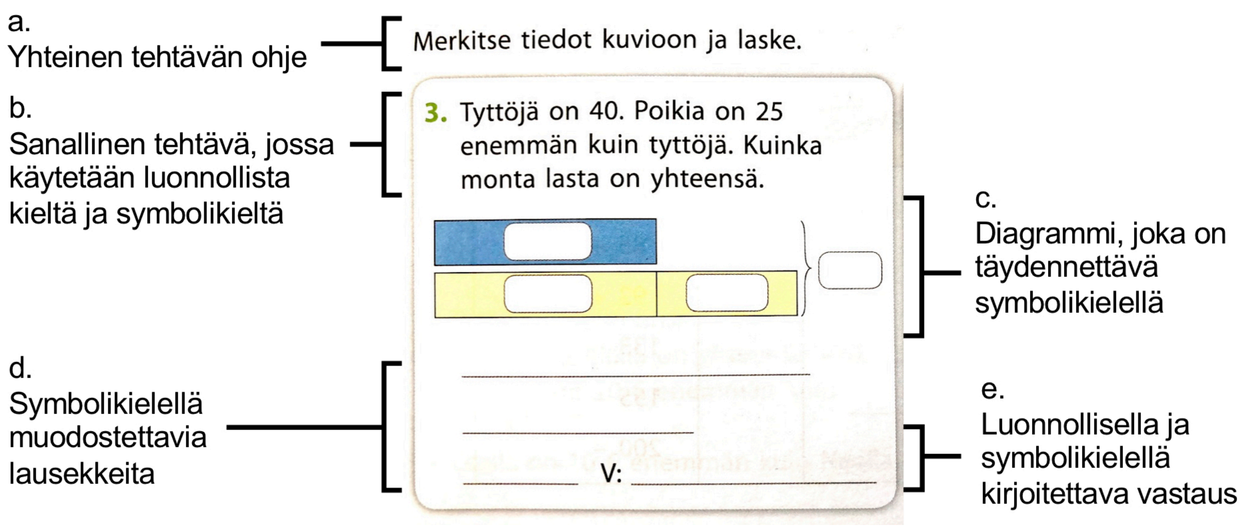
Kuva 6. Sarjakuvamainen kuviokieli yhteenlaskun harjoituksessa (*Tuhattaituri 1a*, s. 54).

4. luokan oppikirjoissa 1. luokan oppikirjoille tyypilliset kuvat vähentyvät. Kaikissa kirjasarjoissa käytetään lähinnä abstraktia grafiikkaa, ympyröitä, viivoja ja värikoodia samaan tarkoitukseen eli ikään kuin aloittaville lukijoille sanallisena tarinana (esim. kohdan b alaosa kuvassa 5). Molempien luokka-asteiden oppikirjoissa käytetään

myös matemaattisen lausekkeen yhteydessä esineiden ja eläimien kuvia tai grafiikkaa, joiden määrä vastaa symbolikielellä kirjoitettu lukua. Tallainen havainnollinen kuva auttaa oppilasta konkreettisesti hahmottamaan lukukäsitettä. Kuviokielen lukemisen lisäksi tehtävien tekemisessä oppilaan tulee myös osata käyttää omien ratkaisujen ilmaisemisessa.

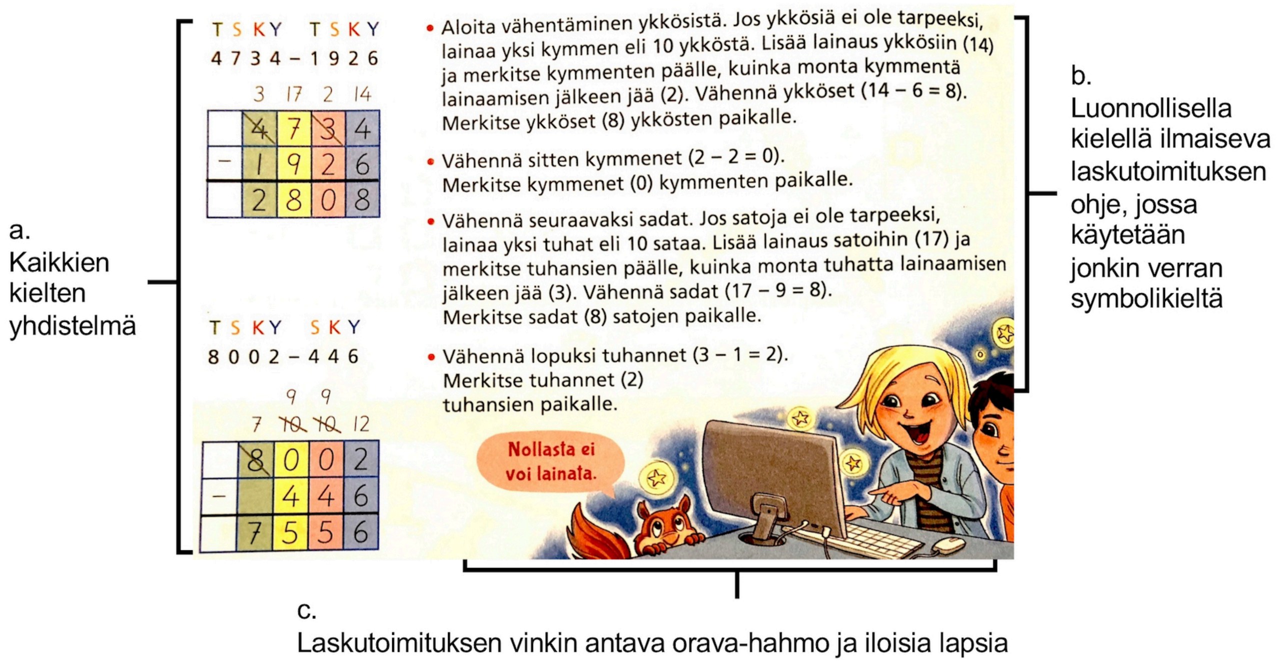
Multimodaalinen matematiikan kieli. Kaikissa oppikirjoissa esiintyy eri semioottisten resurssien yhdistelmiä, jotka rakentavat yhdessä matematiikan merkitystä kokonaisuutena. Yksi multimodaalinen virke rakentuu usein kahdesta tai kolmesta semioottisesta resurssista, jotka täydentävät toisiaan.

Suuri osa kahden semioottisen resurssin virkkeistä ovat luonnollisen kielen virkkeitä, joissa käytetään symbolikieltä peruslukuna tai järjestyslukuna. Esimerkiksi kohta b kuvassa 7 on sanallinen tehtävä 3., jonka luonnollisen kielen avulla annetussa tehtävänannossa esiintyy peruslukuja tyttöjen ja poikien määränä. Lisäksi oppikirjoissa esiintyy myös kuvia, joissa osana on symbolikieltä tai luonnollista kieltä, kuten kohta c kuvassa 7 on diagrammi, jonka tehtävänä on visualisoida sanallisen tehtävän laskutoimituksia. Oppilaan on selvitettävä diagrammin puuttuvat luvut sanallisen tehtävän perusteella.



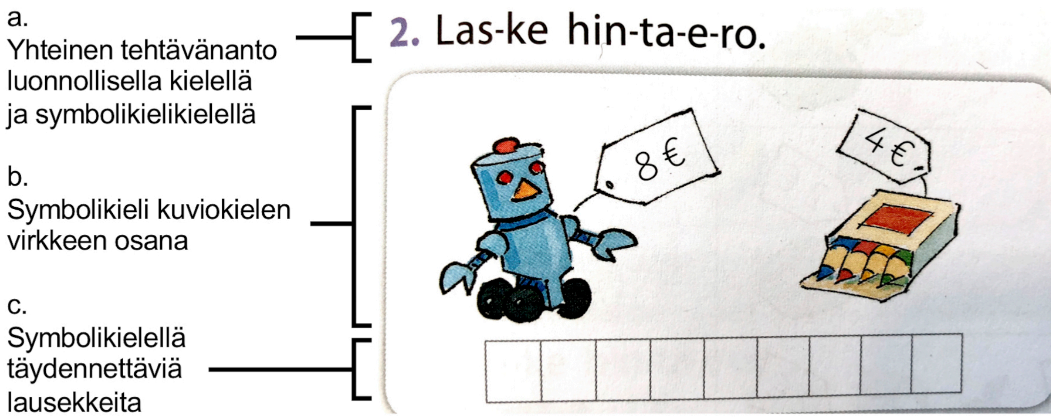
Kuva 7. Diagrammi ja symbolikielellä laskeminen sanallisessa tehtävässä (*Kymppi 4 syksy*, s. 17).

Kymppi ja *Tuhattaituri* -kirjasarjoissa luodaan interpersoonaista merkitystä käyttämällä hahmojen kuvia puhekuplan kanssa antamaan ystävällisellä tavalla ohjeita laskutoimituksista teoriaosassa tai tehtäviin liittyvää lisätietoa tehtävänannossa (esim. puhuva kissa kuvassa 3 ja koira kuvassa 4). Erityisesti kuvan 8 kohdassa c puhuvan oravan lisäksi on myös kaksi iloista tietokoneen ääressä istuvaa lasta. Kuvassa olevat lapset eivät ainoastaan edusta oppilaita vaan myös viittaavat siihen, että matematiikka on kivaa.



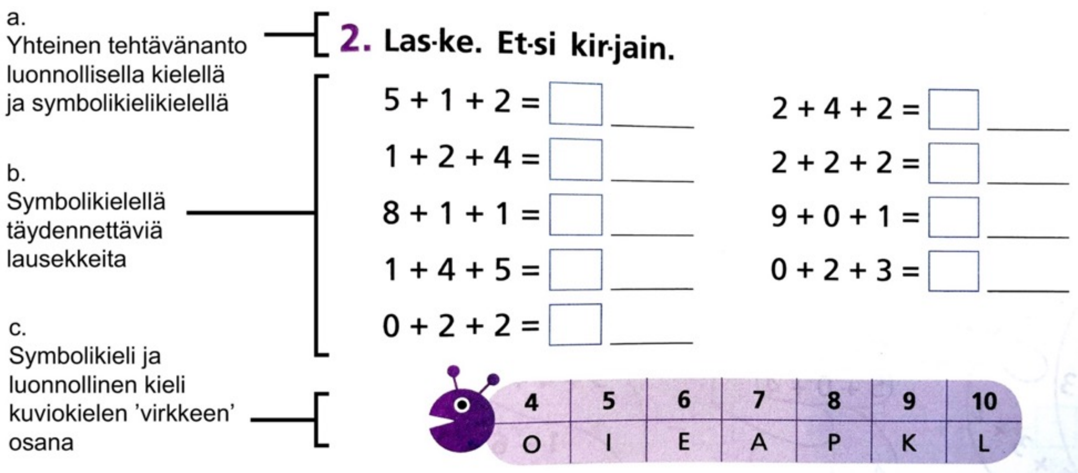
Kuva 8. Semioottisten resurssien käyttö vähennyslaskun teoriaosassa (*Tuhattaituri 4a*, s. 66).

Monesti symbolikieltä käytetään kuviokielen virkkeen osana. Esimerkiksi kuvan 9 kohdassa b symbolikieli toimii esineiden hintalappuna.



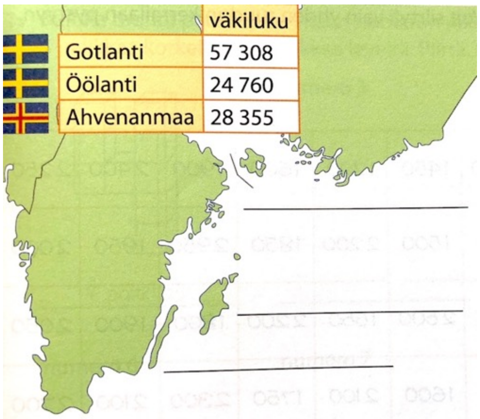
Kuva 9. Semioottisten resurssien käyttö vähennyslaskun teoriaosassa (*Tuhattaituri 4a*, s. 66).

Oppikirjoissa symbolikieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli yhdistyvät toisiinsa monin tavoin. Kuvan 5 kohdassa c käytetään kaikkien kielten yhdistelmää vähennyslaskun osien esittelyssä. Kohta a kuvassa 8 on laskutoimituksen ohje, jossa hyödynnetään symbolikieltä, luonnollista kieltä (ykkösten, kymmenten, satojen ja tuhansien lyhenteet) ja kuviokieltä (värikoodia ja asettelua) yhdistelmänä. Kuvan 10 kohta c on madon kuva, jossa on annettavia yhteenlaskujen vastauksia (symbolikielisiä) ja kirjaimia (luonnollisia kieliä) niiden pareina. Kuvan kohdassa b oppilaan tulee parittaa saamansa symbolikielinen vastaus kohdassa c annetun kirjaimen kanssa.



Kuva 10. Semioottisten resurssien käyttö yhteenlaskun tehtävissä (*Tuhattaituri 1a*, s. 159).

Lisäksi kahdessa 4. luokan oppikirjassa tehtävänanto-osion osina esiintyy kolmen kielen yhdistelmiä taulukoina, joihin sisältyy informaatiota tiheästi. Esimerkiksi kuvassa 11 oleva taulukko antaa oppilaille tarvittavat tiedot yhteen- ja vähennyslaskuja varten. Lisäksi kuvassa on myös taulukossa mainittujen maiden kartta ja lippu lisäkuvaelementteinä.

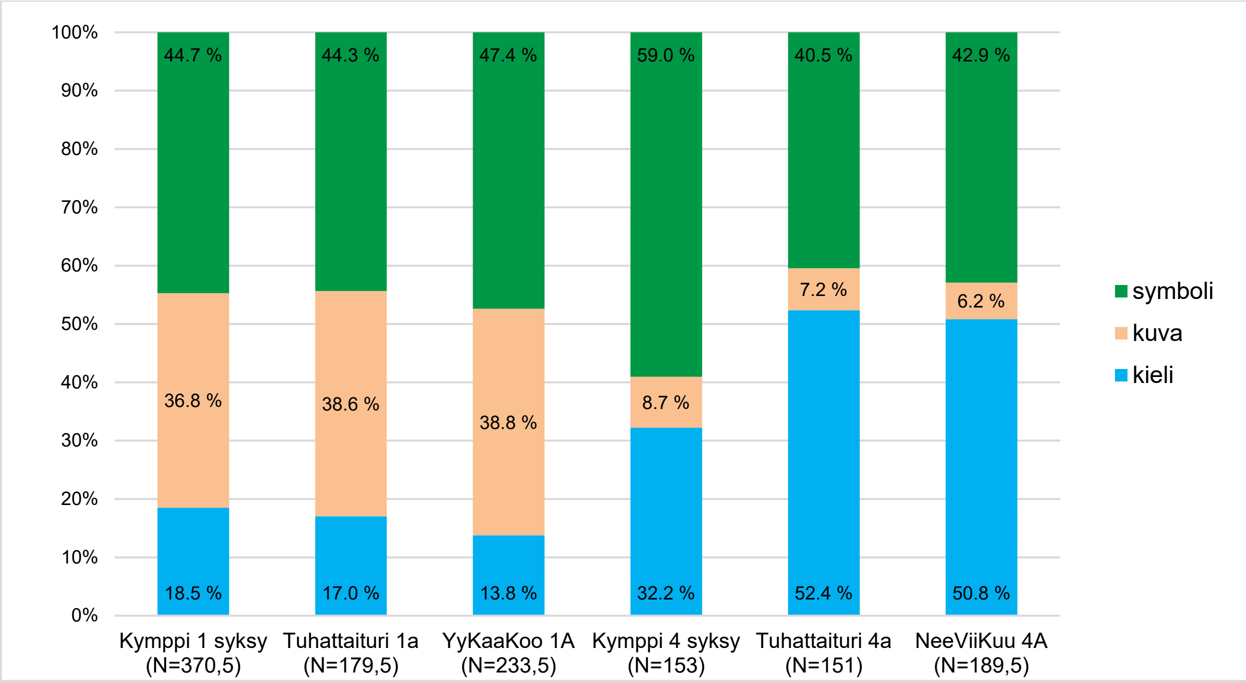


Kuva 11. Semioottisten resurssien käyttö yhteenlaskun tehtävissä (*Tuhattaituri 1a*, s. 159).

4.2 Tekstiympäristön monipuolisuus

Tutkimuksen tavoitteena oli myös selvittää sitä, kuinka monipuolista tekstiympäristöä oppikirjat tarjoavat oppilaalle. Ensin tarkastelen semioottisten resurssien monipuolisuutta tekstien tulkinnassa ja sitten tehtävien tuottamisessa.

Tekstien tulkinta. Kuvassa 12 olevassa pylväsdiagrammissa verrataan oppikirjakohtaisesti tekstien tulkinnan semioottisten resurssien jakautumista prosentteina. Diagrammista voidaan havaita, että 1. luokan oppikirjojen välillä semioottiset resurssit jakautuvat hyvin samansuuntaisesti, kun taas 4. luokan oppikirjojen välillä esiintyy enemmän variaatiota.



Kuva 12. Tekstien tulkinnan semioottisten resurssien jakautuminen eri oppikirjoissa.

Jokaisen 1. luokan oppikirjan tekstien tulkinnassa esiintyy eniten matemaattista symbolikieltä (*Kymppi 1 syksy*:ssä 44,7 %, *Tuhattaituri 1a*:ssa 44,3 % ja *YyKaaKoo 1A*:ssa 47,4 %), jonka osuus on melkein puolet kaikista esiintyvistä semioottisista resursseista. Oppikirjoissa symbolikieltä käytetään eniten valmiiksi annetun matemaattisen laskulausekkeiden osana, esimerkiksi kohta d kuvassa 13 ”7-2-3=___”. Lisäksi symbolikieltä esiintyy tehtävänannossa yhdistelmänä muiden semioottisten resurssien kanssa. Multimodaalisia tehtävänantoja esiintyy eniten *Kymppi 1 syksy* -oppikirjassa, esimerkiksi kuvan 13 kohdassa b on symbolikieltä luonnollisen kielen lauseen osana, kohdassa c kuviokieltä ja kohdassa d matemaattisia lausekkeita.

Kuva 13. Semioottisten resurssien esiintyminen tekstien tulkinnassa (*Kymppi 1 Syksy*, s. 105).

Toiseksi eniten esiintyy kuviokieltä (*Kymppi 1 syksy*:ssä 36,8 %, *Tuhattaituri 1a*:ssa 38,6 % ja *YyKaaKoo 1A*:ssa 38,8 %). Oppikirjoissa kuviokieltä käytetään visualisoimaan yhteen- ja vähennyslaskuja teoriaosissa (esim. kuva 4) sekä laskutehtävissä (esim. kuva 6). Vähiten esiintyy luonnollista kieltä (*Kymppi 1 syksy*:ssä 18,5 %, *Tuhattaituri 1a*:ssa 17,0 % ja *YyKaaKoo 1A*:ssa 13,8 %), jonka osuus on reilu yksi kuudesosa kaikista esiintyvistä semioottisista resursseista. Luonnollista kieltä on pääsäännöllisesti otsikoissa, teoriaosien selityksissä sekä tehtävien ohjeissa (ks. kuvaa 4). Ainostaan *Kymppi 1 syksy* -oppikirjassa luonnollista kieltä käytetään myös alatehtävien osana (esim. kohta b kuvassa 13).

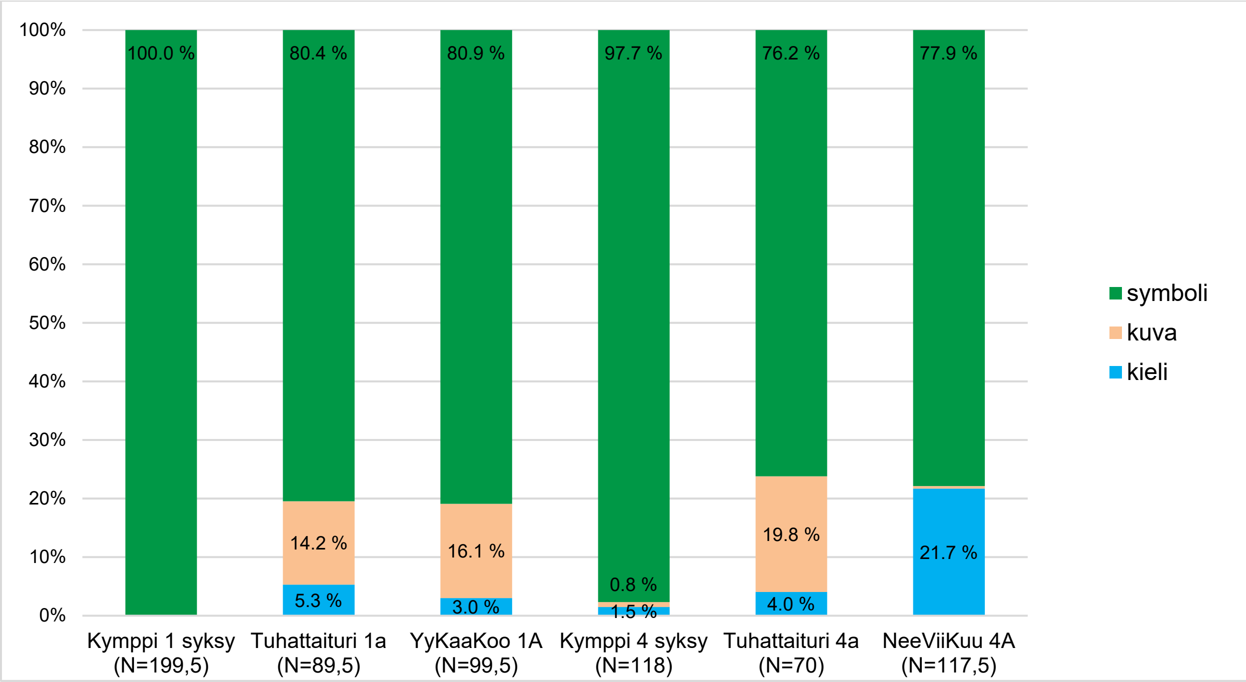
4. luokan oppikirjojen tekstien tulkinnassa kuviokielen käyttö laskee huomattavasti. Kaikissa oppikirjoissa vähiten esiintyvä semioottinen resurssi on kuviokieli (*Kymppi 4 syksy*:ssä 8,7 %, *Tuhattaituri 4a*:ssa 7,2 % ja *NeeViiKuu 4A*:ssa 6,2 %). Näyttää siltä, että 1. luokan oppikirjoille tyypillinen kuviokielen käyttö korvataan myöhemmin muilla semioottisilla resursseilla. *Tuhattaituri 4a* ja *NeeViiKuu 4A* -oppikirjoissa yli puolet tekstien tulkinnasta on luonnollista kieltä (52,4 % ja 50,8 % vastaavasti). Kirjojen teoriaosissa esiintyy paljon enemmän luonnollista kieltä 1. luokan oppikirjoihin verrattuna (vrt. kohta b kuvassa 8 kohtaan a kuvassa 5). Lisäksi molemmissa oppikirjoissa 1. luokan oppikirjoissa aloittaville lukijoille sanallisina tehtävinä toimivat kuvat korvataan kokonaan luonnollisella kielellä. *NeeViiKuu 4A* -oppikirjan tehtävänannossa käytetään myös taulukoita (esim. kuva 11), joissa vaaditaan oppilaalta erilaista tekstien tulkinnan osaamista kuin esimerkiksi luonnollisella kielellä kirjoitetussa tekstin osissa. *Tuhattaituri 4a* ja *NeeViiKuu 4A* -oppikirjojen symbolikielen käytön osuus (40,5 % ja 42,9 %

vastaavasti) pysyy melkein samana kuin 1. luokan oppikirjoissa. Molemmissa oppikirjoissa matemaattinen symbolikieli toimii 1. luokan oppikirjoissa olevien tapaan.

Kymppi 4 syksy -oppikirjan eniten esiintyvä semioottinen resurssi on symbolikieli (59,0 %), ja sitä käytetään samoin kuin muissakin oppikirjoissa. Tässä oppikirjassa kuviokieli toimii muiden semioottisten resurssien kanssa tehtävänannossa (esim. kohta a kuvassa 14), mutta sen käytön osuus (8,7 %) pienentyy suhteessa 1. luokan kirjaan. Diagrammia käytetään sanallisten tehtävien osina kuten kuvan 7 esimerkissä. Lisäksi monissa luvuissa hyödynnetään myös taulukoita tehtävänannon osina. Oppikirjassa luonnollisen kielen käytön osuus lisääntyy jonkin verran (32,2 %) verrattuna *Kymppi 1 syksy* -kirjaan (18,5%). Luonnollinen kieli toimii enimmäkseen tehtävien ohjeissa sekä sanallisissa tehtävissä (esim. kohta a–b kuvassa 7).

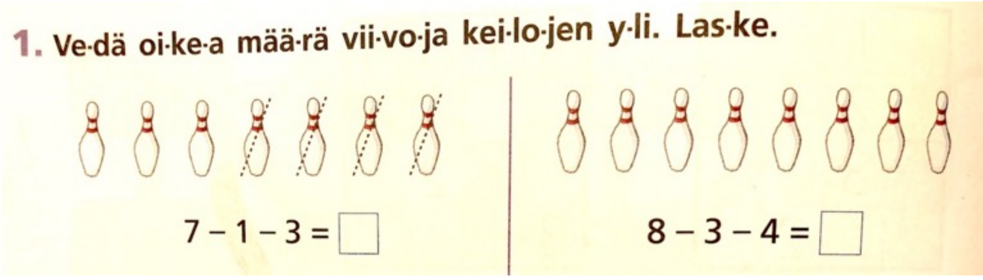
Kuva 14. Kuviokielen käyttö muiden kielten kanssa tehtävänannossa (*Kymppi 4 syksy*, s. 17).

Tehtävien tekstien tuottaminen. Kuvassa 15 oleva pylväsdiagrammi kuvaa oppikirjakohtaisesti tekstien tuottamisen semioottisten resurssien jakautumista prosentteina. Diagrammissa on selvästi nähtävissä, että jokaisessa oppikirjassa tekstien tuottaminen painottuu matemaattisen symbolikielen käyttöön (*Kymppi 1 syksy*:ssä 100,0 %, *Tuhattaituri 1a*:ssa 80,4 %, *YyKaaKoo 1A*:ssa 80,9%, *Kymppi 4 syksy*:ssä 97,7 %, *Tuhattaituri 4a*:ssa 76,2% ja *NeeViiKuu 4A*:ssa 77,9 %). Oppilaan on tuotettava symbolikieltä tehtävissä, joissa annetaan valmiiksi matemaattinen laskulauseke, jonka vastaus (ts. lausekkeen arvo) pitää laskea ja merkitä, esimerkiksi "=" -merkin jälkeen (esim. kohta d kuvassa 13). Lisäksi oppilaan tulee käyttää symbolikieltä lausekkeiden muodostamisessa, muodostamiensa lausekkeiden laskussa sekä laskemansa laskun vastauksessa (esim. kohta d–e kuvassa 7 ja kohta b kuvassa 14).



Kuva 15. Tekstien tuottamisen semioottisten resurssien jakautuminen eri oppikirjoissa.

On kuitenkin huomattava, että symbolikieltä vähempikäyttöisten luonnollisen kielen ja kuviokielen tekstien tuottaminen vaihtelee paljon oppikirjoittain. *Kymppi*-kirjasarja eroaa selkeästi muista edellyttämällä oppilaalta pääasiallisesti symbolikielen tuottamista. *Kymppi 1 syksy* -oppikirjassa oppilaan ei juurikaan tarvitse tuottaa tekstejä muilla semioottisilla resursseilla. Vaikka *Kymppi 4 syksy* -oppikirjaan sisältyy jokin verran oppilaan muiden kielten ilmaisuja (kuviokielen 0,8 % ja luonnollisen kielen 1,5 %), ne ovat vain oikean vastauksen ympyröityminen ja laskuvastausten yksikkö (esim. kohta e kuvassa 7 ”V: 105 **lasta**”). *Tuhattaituri 1a* ja *YyKaaKoo 1A* -oppikirjoissa hyödynnetään jonkin verran oppilaan ilmaisuja muilla semioottisilla resursseilla kuin symbolikielellä. Näissä oppikirjoissa oppilaan on ilmaistava kuviokielellä (Tuhattaituri 1a:ssa 14,2 % ja *YyKaaKoo 1A*:ssa 16,1 %). Laskujen vastauksen yhdistämisen lisäksi *Tuhattaituri 1a* -oppikirjassa oppilaan on vedettävä oikea määrä viivoja esineiden yli vähennyslaskussa (esim. kuva 16).



Kuva 16. Kuviokielen tuottaminen vähennyslaskussa (*Tuhattaituri 1a*, s. 162).

Yhtäläisesti *YyKaaKoo 1A* -oppikirjassa oppilaan on piirrettävä kuvia annetuista yhteen- ja vähennyslaskuista (esim. kuva 17). Luonnollisella kielellä ilmaisun osalta *Tuhattaituri 1a* -oppikirjassa (5,3 %) oppilaan tulee vain parittaa symbolikielinen vastaus annetun kirjaimen kanssa (esim. kuva 10), kun taas *YyKaaKoo 1A* -oppikirjassa (3,0 %) on kerrottava tai kirjoitettava oma yhteenlaskutarina (ts. muodostettava itse sanallinen tehtävä).

Kuva 17. Kuviokielen tuottaminen yhteenlaskussa (*Tuhattaituri 1a*, s. 81).

Tuhattaituri 4a -oppikirjassa oppilaan kuviokielellä ilmaisu (19,8 %) lisääntyy jonkin verran 1. luokan oppikirjasta, mutta 4. luokan oppikirjassa oppilaan on kuitenkin käytettävä kuviokieltä pelkästään symbolikielisten laskuvastausten rengastamisessa. *NeeViiKuu 4A* -oppikirjassa oppilaan kuviokielellä ilmaisu (0,4 %) vähenee huomattavasti *YyKaaKoo 1A* -kirjasta (16,1 %). 4. luokan oppikirjassa oppilaan tulee yhdistää symbolikielisiä lukuja, jotta niiden summa tai erotus on yhtä suuri kuin tehtävänannossa annettu luku. *Tuhattaituri 4a* -oppikirjassa oppilaan luonnollisella kielellä ilmaisu (4,0 %) pysyy melkein samana kuin 1. luokan oppikirjassa (5,3 %). *NeeViiKuu 4A* -oppikirjassa se (21,7 %) taas selvästi lisääntyy 1. luokan oppikirjasta (3,0 %). *Tuhattaituri 4a* -oppikirjassa oppilaan on kirjoitettava laskuvastausten yksikkö luonnollisella kielellä. Laskuvastausten yksikön kirjoittamisen lisäksi

NeeViiKuu 4A -oppikirjassa on käytettävä luonnollista kieltä vihkotehtävien sivunumeron ja tehtävänumeron kirjoittamisessa (esim. ***s.*** *62, 1* ***a.*** eli sivussa 62 tehtävä 1 a). Tässä oppikirjassa on ainakin yksi tehtävä, jossa oppilaan on keksittävä ja sitten kirjoitettava laskutarina (ts. oma sanallinen tehtävä).

5 Pohdinta

5.1 Millaisia semioottisia resursseja oppikirjoissa on ja miten niitä hyödynnetään merkitysten luomisessa?

Tarkasteltu tekstiympäristö on pääosin samanlainen kuin aikaisemmissa tutkimuksissa. Kaikissa oppikirjoissa esiintyy eri minigenrejä jokaisessa kirjan luvussa (ks. Nugrohon, 2010), jossa hyödynnetään eri semioottisia resursseja (ks. Joutsenlahti & Kulju, 2010; Lemke, 2003; O'Halloran, 2005; Schleppegrell, 2010). Tekstien osien (mm. resurssien, osioiden ja minigenrejen) välinen rajaus hämärtyy (ks. Nugrohon, 2010). Lisäksi tosielämän tilanteita käytetään matematiikan soveltavina esimerkkeinä (ks. Herbel-Eisenmann & Wager, 2007) oppilaiden ikätaso huomioiden, mikä vastaa hyvinkin opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2015) vuosiluokkien 1–2 yhteen- ja vähennyslaskujen konkretisoimisen tavoitteeseen.

Kaikissa oppikirjoissa matematiikan symbolikielen käyttö tukee aikaisimpien tutkimusten väitteitä. Ilmeisesti symbolikieli on täsmällinen ja vankka mutta samalla joustava työkalu (ks. Meaney, 2005; O'Halloran, 2015a, 2015b), jota voidaan käyttää omalla lauseopilla ilmaisemaan yksiselitteisesti matemaattisia suhteita ja operaation prosesseja, kuten yhteen- ja vähennyslaskujen lausekkeiden tulkitsemista ja muodostamista (ks. O'Halloran, 2005). Symbolikieltä luetaan sekä vasemmalta oikealle että ylhäältä alaspäin (ks. Meaney, 2005). Lisäksi symbolikielisissä ilmaisuissa interpersoonainen merkitys häivytetään, kun taas matematiikan elementtejä, kuten lukuja, inhimillistetään eli lukusanat toimivat itsenäisinä substantiiveina (ks. O'Halloran, 2015a).

Yleisesti ottaen kaikissa oppikirjoissa oleva luonnollinen kieli on yksikertaista, ytimekästä ja helppoa ymmärtää. Tämä on sopusoinnussa Joutsenlahden ja Kuljun (2010) sekä Nugrohon (2010) tutkimusten kanssa. Kuitenkin se poikkeaa monista aikaisemmista tutkimuksista (vrt. Meaney, 2005; Morgan, 2006; O'Halloran, 2005), joiden aineistot on kerätty lukion tai yliopiston oppimateriaaleista. Niiden tutkimusten mukaan lukio- ja yliopistomatematiikan tekstit ovat yleensä monimutkaisia ja tiheää tietoa sisältäviä, mikä tekee teksteistä vaikeampia ymmärtää. Samoin kuin aikaisemmissa tutkimuksissa (esim. Meaney, 2005; Morgan, 2006; O'Halloran, 2005) tutkituissa oppikirjoissa luonnollinen kieli ilmaisee yleensä matemaattisia suhteita ja operaatioita. Lisäksi oppikirjoissa esiintyvät ihmisen persoonan ja tilannekontekstin häivyttämisseikat ovat samat kuin aikaisemmissa tutkimuksissa (ks. Herbel-Eisenmann & Wager, 2007; Joutsenlahti & Kulju, 2010; Meaney, 2005; Morgan, 2006). Samankaltainen käskyilmaus onkin havaittu aikaisemmissa tutkimuksissa (ks. Herbel-Eisenmann & Wager, 2007; Morgan, 2006; Nugroho, 2010). Tässä tutkimuksessa monet luonnolliseen kieleen liittyvät seikat ovat sopusoinnussa Joutsenlahden ja Kuljun (2010) sekä Nugrohon (2010) tutkimusten kanssa, mutta poikkeavat monista aikaisemmista tutkimuksista matematiikan tekstien yksikertaisuuden ja ymmärtämisen helppouden suhteen (vrt. Meaney, 2005; Morgan, 2006; O'Halloran, 2005). Tämä saattaa johtua siitä, että tämän, Joutsenlahden ja Kuljun (2010) ja Nugrohon (2010) tutkimuksen aineistot on kerätty alakoulun oppikirjoista, kun taas muiden aineistot lukion tai yliopiston oppimateriaaleista.

Tässä tutkimuksessa kuviokielen käyttöön liittyvät seikat ovat samoja kuin mitkä on havaittu aikaisemmissa tutkimuksissa. Ensinnäkin kuviokieli tekee matemaattisia suhteita näkyviksi ja konkreettisiksi (ks. O'Halloran, 2015b). Lisäksi keskittymistä matemaattisiin suhteisiin ja kokonaisuuteen helpotetaan selkeyttämällä esitettyjä kuvia yksinkertaistamalla niitä ja poistamalla epäoleellisia konteksteja (ks. Herbel-Eisenmann & Wager, 2007; O'Halloran, 2015a, 2015b). Kuitenkin näyttää siltä, että tässä tutkimuksessa oppikirjojen kuvien abstraktioaste sekä kuvien sisältämä tietomäärä suunnitellaan oppikirjojen kohderyhmät huomioiden. Tässä sekä Nugrohon (2010) tutkimuksessa käytetyt kuvat eivät ole täysin pelkistettyjä, vaan värikkäitä piirrettyjä hahmoja, eläimiä ja esineitä, mikä saattaa johtua siitä, että molempien tutkimuksissa tutkitut oppikirjat on tarkoitettu alakoululaisille.

Samoin kuin aikaisemmissa tutkimuksissa kaikissa oppikirjoissa esiintyy eri semioottisten resurssien yhdistelmiä, jotka rakentavat yhdessä matematiikan merkitystä kokonaisuutena (ks. Lemke, 2003; O'Halloran, 2015a). Tutkittujen oppikirjojen multimodaalisissa virkkeissä on selkeästi yksi dominoiva semioottinen resurssi ja muut resurssit esiintyvät sitä täydentävinä. Tyypillisesti luonnollinen kieli (esim. kuvan 7 kohta b) tai kuviokieli on dominoiva (esim. kuvan 8 kohta c). Toisinaan oppikirjoissa esiintyy myös multimodaalisia virkkeitä, joista on vaikea päätellä, mikä on virkkeen dominoiva resurssi, kuten kuvan 7 kohdan c diagrammi ja kuvan 11 taulukko. Diagrammi ja taulukko onkin luokiteltu kuviokieleksi, mutta kun tarkastellaan niissä käytettyjen semioottisten resurssien suhdetta, vaikuttaa siltä, että kaikilla resursseilla on yhtä tärkeä rooli merkitysten luomisessa. Semioottisten resurssien *intersemiotiikan* tarkastelu, joka on rajattu pois tästä tutkimuksesta, olisi valaissut semioottisten resurssien vuorovaikutusta ja niiden välisiä suhteita.

5.2 Kuinka monipuolisesti semioottisia resursseja hyödynnetään oppikirjoissa?

1\. luokan oppikirjojen tekstien tulkinnassa ei esiinny paljon luonnollista kieltä vaan enimmäkseen symbolikieltä ja kuviokieltä. Tämä tutkimustulos on 1. luokan oppimateriaalia ajatellen ymmärrettävä, sillä oppikirjat on tarkoitettu aloittaville lukijoille. Sen tähden luonnollista kieltä käytetään yleensä yksikertaisissa muodoissa ja välttämättömissä tilanteissa. Esimerkiksi kohdassa a kuvassa 13 alatehtävien yhteinen sanallinen tieto ja kohdassa c mahdollinen sanallinen tieto korvataan kuvilla. Toisaalta osaaville lukijoille tarkoitetuissa 4. luokan oppikirjoissa luonnollisen kielen tulkinta lisääntyy. Kuviokielen tulkinta taas laskee huomattavasti (vrt. Kautto & Peltoniemi, 2006, s. 92), mutta symbolikielen käyttö pysyy melkein samana. Multimodaalisen matematiikan kielen osalta 1. luokan oppikirjoissa esiintyy luonnollisen kielen virkkeitä, joissa käytetään symbolikieltä peruslukuna tai järjestyslukuna sekä piirrettyjä kuvia, joissa käytetään symbolikieltä (esim. hintana) tai luonnollista kieltä (esim. puheena). 1. luokan oppikirjoissa esiintyvien tekstien lisäksi 4. luokan oppikirjoissa esiintyy myös diagrammeja ja taulukoita.

Tekstien tuottamisessa symbolikieli dominoi ylivoimaisesti molempien luokka-asteiden oppikirjoissa. Vaikka muutamat oppikirjat pyrkivät huomioimaan oppilaan luonnollisen ja kuviokielen tuottamista tehtävissä, molempia kieliä ei määrältäkään eikä laadultakaan hyödynnetä monipuolisesti. Tähän voi olla mahdollisena syynä, että matematiikan oppikirjoissa keskitetään ensisijaisesti yhteen- ja vähennyslaskun oppimiseen ja harjoitteluun.

Davisin (ks. O'Halloranin, 2015b, ss. 295–296) sekä Kuljun ja Joutsenlahden (2010, s. 169) mukaan matemaattista symbolikieltä pidetään merkittävimpänä semioottisena resurssina matemaattisten tulosten johtamisessa. Vaikka tässä tutkimuksessa merkitykset rakennetaan kaikkien semioottisten resurssien avulla, voidaan kuitenkin päätellä semioottisten resurssien tulkinnan ja tuottamisen jakautumisesta, että matemaattisella symbolikielellä on keskeinen rooli kaikissa tutkituissa oppikirjoissa. Oppikirjojen tekstien tulkinnassa on monipuolisempi tekstiympäristö verrattuna tekstien tuottamiseen. Siitä huolimatta 4. luokan oppikirjojen tekstien tulkinnassa semioottisten resurssien monipuolisuus laskee. On kuitenkin huomioitava, että tekstien tulkinta ja tuottaminen sekä eri semioottisten resurssien käyttö ovat osin päällekkäisiä (esim. kohta c kuvassa 5 ja kohta a kuvassa 14). Lisäksi symbolikielen ja kuviokielen virkkeen rajaaminen on tehty tutkijan toimesta tulkinnanvaraisesti lingvistiikkaa soveltamalla, joten määrälliset tutkimustulokset ovat vain suuntaa-antavia.

6. Johtopäätökset

Opetussuunnitelma 2014 (Opetushallitus, 2015) esittää, että oppilaan monilukutaidon kehitys edellyttää monipuolisen tekstiympäristön tulkintaa ja tuottamista. Opetussuunnitelma kannustaa oppilasta ilmaisemaan matemaattisia ratkaisujaan ja päätelmiään multisemioottisia resursseja hyödyntäen, esimerkiksi suullisesti, kirjallisesti ja piirtäen. Lisäksi on todettu, että Suomessa matematiikan opetus on oppikirjapainotteista (esim. Joutsenlahti & Vainionpää 2010). Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, vastaako uuden opetussuunnitelman mukaan tehtyjen alakoulun oppikirjojen tekstiympäristö näitä esitettyjä periaatteita, toisin sanoen, kuinka oppikirjat tarjoavat oppilaalle mahdollisuuden multimodaalisten tekstien tulkintaan ja tuottamiseen.

Tutkimuksen mukaan alakoulun oppikirjoissa olevilla teksteillä on hyvin samanlaisia piirteitä kuin aikaisemmissa tutkimuksissa, joissa on tutkittu eri kouluasteiden oppikirjoja. Yhteiset esiintyvät piirteet ovat muun muassa eri semioottisten resurssien käyttö, tosielämän tilanteitä soveltavat esimerkit, interpersoonaisen merkityksen vähäisyys, täsmällinen symbolikieli, matemaattisten suhteiden ja operaatioiden ilmaisu luonnollisella kielellä sekä matemaattisten suhteiden visualisointi ja konkreettisointi kuviokielellä. Kuitenkin tässä tutkimuksessa esiintyy myös muutamia seikkoja, jotka poikkeavat monien aikaisempien tutkimusten tuloksista oppikirjojen kohderyhmän erosta johtuen, esimerkiksi matematiikan tekstien yksikertaisuus ja ymmärtämisen helppous. Ylipäänsä voidaan sanoa, että multimodaalisuuden kannalta tutkituissa oppikirjoissa monipuolisia tekstiympäristöjä huomioidaan hyvin vähän. Matematiikan symbolikieli dominoi ylivoimaisesti, erityisesti tekstien tuottamisessa, muut semioottiset resurssit taas jäävät vähemmälle. Esimerkiksi vaikka opetussuunnitelman mukaan taulukoihin ja diagrammeihin tutustuminen on jo matematiikan alkuopetuksen yksi tavoite (Opetushallitus, 2015, s. 129), niitä ei esiinny missään tutkituista 1. luokan oppikirjoista. Samoin 4. luokan oppikirjoissa niitä esiintyy vain jonkin verran (ks. myös Kautto & Peltoniemi, 2006, s. 93). Tutkimustulosten valossa voidaan todeta, että tutkitut oppikirjat eivät vastaa hyvin opetussuunnitelman monilukutaidon tavoitteeseen. Kaikissa oppikirjoissa eri semioottisia resursseja hyödynnetään enimmäkseen vain tarpeiden mukaan, siis lähinnä oppilaan luku- ja laskutaitojen perusteella, esimerkiksi 1. luokan oppikirjoissa käytetään paljon kuviokieltä, joka auttaa koulun alokasta lukemaan ja laskemaan, kun taas 4. luokan oppikirjoissa 1. luokan oppikirjojen samantapainen käyttö vähenee, koska lukemisen ja laskemisen taitava ei tarvitse enää sitä apua. Lisäksi semioottisia resursseja hyödynnetään myös matematiikan opetettavia sisältöjä ajatellen, esimerkiksi vuosiluokilla 1–2 yhteen- ja vähennyslaskutaitojen kehittämisen ja yhteen- ja vähennyslaskujen konkretisoimisen (ks. Opetushallitus, 2015, s. 129) sekä vuosiluokilla 3–6 yhteen- ja vähennyslaskutoimitusten harjoittamisen ja niiden osaamisen varmistamisen (ks. s. 235).

On syytä kiinnittää huomiota siihen, että multimodaalisuudella on suuri merkitys oppilaalle multimodaaliseksi muuttuvassa tekstimaailmassa (Opetushallitus, 2015) sekä oppilaan matemaattisessa ajattelussa ja käsitteiden ymmärtämisessä (Joutsenlahti & Kulju, 2010; Morgan, 2001). Siitä huolimatta näyttää siltä, että matematiikan oppikirjat ovat usein oppiainekeskeisiä, toisin sanoen ne keskittyvät pääsäännöllisesti pelkästään matemaattisiin sisältöihin, vaikka opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2015) mukaan opetettavien sisältöjen lisäksi matematiikan opetuksen tehtävänä on myös kehittää oppilaan monilukutaitoa sekä matemaattista ajattelua ja matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä. Edellä esitettyjen perusteella oppikirjojen tekstiympäristö voisi olla multimodaalisempi. Oppikirjat voisivat tarjota oppilaalle enemmän multimodaalista luettavaa. Lisäksi tehtäviä suorittaessaan oppilas voisi käyttää symbolikielen lisäksi enemmän myös luonnollista kieltä ja kuviokieltä ilmaisemaan ratkaisujaan.

Voi olla, että oppikirjojen tekijät ovat käyttäneet semioottisia resursseja kirjojen kohderyhmää ajatellen, esimerkiksi he saattavat olettaa, että 1. luokkalaiset eivät osaa vielä lukea. Tästä syystä 1. luokan oppikirjoissa käytetään hyvin vähän kirjoitettua luonnollista kieltä. Toisaalta on muistettava, että oppilaiden luku- ja kirjoitustaito on heterogeenista. Monet 1. luokkalaiset osaavat lukea ja kirjoittaa jo ennen koulua. Lisäksi luonnollisella kielellä kirjoittamisen sijaan 1. luokkalaiset voisivat myös tuottaa tekstejä suullisesti. On myös huomioitava, että vaikka 4. luokan taitavat lukijat eivät tarvitse enää sanallisten tehtävien kaltaisia kuvallisia tehtäviä (esim. kuva 6). He voisivat kuitenkin hyödyntää kuviokieltä matematiikan kannalta mielekkäästi muissa muodoissa, kuten diagrammeja (esim. kuva 7) ja taulukkoja (esim. kuva 11).

Toisaalta uuden opetussuunnitelman mukaista monilukutaitoa ei ole mahdollista saavuttaa pelkästään matematiikan oppikirjojen kautta. Opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2015) mukaan sitä kehitetään kaikilla luokka-asteilla ja kaikissa oppiaineissa. Matematiikan kannalta oppikirjojen lisäksi multimodaalista osaamista voisi kehittyä myös esimerkiksi luokan yhteistoiminnassa ja ryhmätyöskentelyssä.

Tämän tutkimuksen luotettavuutta nostavat osaltaan tutkimuksen monitriangulaatio: tutkimusaineisto- ja metodologinen triangulaatio (ks. Tuomi & Sarajärvi 2018, ss. 125–126). Tutkimusaineisto on kerätty kolmen eri oppikirjasarjan kahden luokka-asteen oppikirjoista samalta osa-alueelta. Monimenetelmätutkimuksen seurauksena määrälliset ja laadulliset tutkimustulokset todistavat ja täydentävät toisiaan. Lisäksi tutkimusaineistot on analysoitu ja tarkasteltu SF-MDA -viitekehyksen ja aikaisempien tutkimustuloksien pohjalta. Sekä SF-MDA -viitekehys että aikaisemmat tutkimustulokset antoivat hyvän pohjan diskurssianalyysiin. Ne muun muassa ohjasivat tarkastelufokuksia sekä auttoivat diskurssianalyysin tulkinnoissa. Kuitenkin on huomioitava, että olen tehnyt diskurssianalyysin ja sisällön erittelyn yksin. Luokittelu olisi ollut luotettavampi, jos analyysissa olisi ollut myös toinen analysoija. Siitä huolimatta luotettavuuden parantamiseksi pyysin aina tutkimuksen ulkopuolisen henkilön mielipidettä, kun tulkinnoissa oli epäselvyyksiä. Esimerkiksi, miten määritellään kuviokielen virke; mihin semioottiseen resurssiin nallen kuva (ks. kuvaa 3), jossa on 3€-hintalappu, luokitellaan, kuviokieleen vai sekä kuviokieleen että symbolikieleen; luokitellaanko sanan lyhenteet, kuten *s.* (sivu) ja *v* (vastaus) luonnolliseen vai symbolikieleen. Tällä tavalla varmistettiin yksimielistä luokittelua. On huomioitava myös, että tämän tutkimuksen tarkastelu on rajattu vain 1. luokan ja 4. luokan oppikirjoissa olevaan luonnollisten lukujen yhteen ja vähennyslaskuun. Jotta tutkimustuloksia voitaisiin yleistää, tulisi tarkastella myös muiden luokka-asteiden oppikirjoja sekä laajempia matemaattisia osa-alueita. Jatkotutkimuksia ajatellen voisi myös kiinnittää huomioita tarkemmin semioottisten resurssien *intersemiotiikkaan*, siis niiden vuorovaikutukseen ja toistensa välisiin suhteisiin.

Kiitokset

Artikkelin tekemistä on ohjannut dosentti Lari Kotilainen Helsingin yliopistosta.

Lähteet

Alshwaikh, J. & Morgan, C. (2013). Analysing the palestinian school mathematics textbooks: a multimodal (multisemiotic) perspective. Teoksessa C. Smith (toim.) Proceedings of the British society for research into learning mathematics, 33(2), 70–75. London: The British Society for Research into Learning Mathematics.

Halliday, M. A. K. & Matthiessen, C. M. I. M. (2004). An introduction to functional grammar. London: Arnold.

Herbel-Eisenmann, B. & Wagner, D. (2007). A framework for uncovering the way a textbook may position the mathematics learner. For the Learning of Mathematics, 27(2), 8–14.

van den Heuvel-Panhuizen M. & Wijers M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. ZDM International Journal of Mathematics Education, 37(4), 287–307.

Jellis, R. M. (2008). Primary children's interpretation and use of illustrations in school mathematics textbooks and non-routine problems: a school-based investigation. Doctoral thesis. Durham University.

Jewitt, C. (2014). Multimodal approaches. Teoksessa S. Norris & C. D. Maier (toim.) Interactions, images and texts: a reader in multimodality (s. 127–136). Boston: Walter de Gruyter.

Jewitt, C., Bezemer, J. J., & O'Halloran, K. L. (2016). Introducing Multimodality. London: Routledge.

Johansson, M. (2006). Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective. Doctoral thesis. Luleå University of Technology.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2010). Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa E. Ropo, H. Silfverberg & T. Soini (toim.), Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat (ss. 66–77). Tampere: Tampereen yliopistopaino.

Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Nieminen & J. Metsämuuronen (toim.), Miten matemaatiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008 (ss. 137–148). Helsinki: Edita Prima.

Kautto, J. & Peltoniemi, A. (2006). Selvää kärpännahkaa: Oppikirjan kuvituksen muutos ja käyttö opetuksessa (Pro gradu -tutkielma). Saatavissa http://tampub.uta.fi/bitstream/handle/10024/93758/gradu01239.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Kulju, P. & Joutsenlahti, J. (2010). Mitä annettavaa äidinkielellä ja matematiikalla oppiaineina voisi olla toisilleen? Teoksessa E. Ropo, H. Silfverberg & T. Soini (toim.), Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat (ss. 163–178). Tampere: Tampereen yliopistopaino.

Lemke, J. L. (2003). Mathematics in the middle: measure, picture, gesture, sign, and word. Teoksessa M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, & V. V. Cifarelli (toim.), Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing (ss. 215–234). New York: Legas.

Meaney, T. (2005). Mathematics as Text. Teoksessa A. Chronaki & I. M. Christiansen (toim.) Challenging perspectives on mathematics classroom Communication (ss. 109–144). Charlotte NC: Information Age.

Morgan, C. (2001). The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. Teoksessa P. Gates (toim.), Issues in mathematics teaching (ss. 232–244). London: Routledge Falmer.

Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? Educational Studies in Mathematics, 61(1/2), 219–245.

Niemi, E. K. (2008). Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Helsinki: Yliopistopaino.

Nugroho, A.D. (2010). Mathematics textbooks of primary 1 used in Singapore: a multimodal analysis of its intersemiosis. K@ta, 12(1), 72–91.

O'Halloran, K. L. (2005). Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images. London: Continuum.

O'Halloran, K. L. (2009). Systemic functional multimodal discourse analysis (SF–MDA) approach to mathematics, grammar and literacy. Teoksessa A. McCabe, M. O'Donnell & R. Whittaker (toim.), Advances in language and education (ss. 77–102). New York: Bloomsbury.

O'Halloran, K. L. (2015a). The language of learning mathematics: a multimodal perspective. The Journal of Mathematical Behaviour, 40, 63–74.

O'Halloran, K. L. (2015b). Mathematics as multimodal semiosis. Teoksessa E. Davis & P.J. Davis (toim.), Mathematics, substance and surmise (ss. 287–303). Switzerland: Springer. doi 10.1007/978-3-319-21473-3_14

Ollikainen, T. & Rossi, J. (2007). Puuduttavia rutiineja vai oivaltavaa oppimista? Analyysi perusopetuksen kolmannen luokan matematiikan oppikirjoista (Pro gradu -tutkielma). Saatavissa http://tampub.uta.fi/bitstream/handle/10024/94256/gradu01601.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Opetushallitus. (2015). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Tampere: Suomen yliopistopaino.

Schleppegrell, M. J. (2010). Language in mathematics teaching and learning: a research review. Teoksessa J. N. Moschkovich (toim.), Language and Mathematics Education (ss. 73–112). Charlotte, NC: IAP-Information Age.

Shore, S. (2012). Systeemis-funktionaalinen teoria tekstin tutkimisessa. Teoksessa V. Heikkinen, E. Voutilainen, P. Lauerma, U. Tiililä & M. Lounela (toim.), Genreanalyysi – tekstilajitutkimuksen käsikirja (ss. 158–185). Helsinki: Gaudeamus.

Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2018). Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Vilkuna, M. (toim.) (2008). § 864 Lause ja virke tekstin, lausuma puheen yksikkönä. Ison suomen kieliopin verkkoversio. Helsinki: Kotimaisten kielten keskus. http://scripta.kotus.fi/visk/sisallys.php?p=864

Tutkimusaineistot

Forsback, M., Kalliola, A., Tikkanen, A., & Waneus M.L. (2014). Tuhattaituri 1a. Helsinki: Otava.

Hartikainen, S., Hurmerinta, E., Häggblom, L., Sipilä, A.R., & Väistö, M. (2017). Ykaakoo 1a. Helsinki: Edukustannus.

Hartikainen, S., Häggblom, L., Nouiainen, P., & Silvander, Y. (2017). Neeviikuu 4a. Helsinki: Edukustannus.

Kiviluoma, P. Nyrhinen, K., Perälä, P., Rokka, P., Salminen, M., & Tapiainen, T. (2015). Tuhattaituri 4a. Helsinki: Otava.

Rinne, S., Sintonen, A.M., Uus-Leponiemi, T., & Uus-Leponiemi, M. (2016). Kymppi 1 Syksy. Helsinki: Sanoma Pro.

Rinne, S., Sintonen, A.M., Uus-Leponiemi, T., & Uus-Leponiemi, M. (2017). Kymppi 4 Syksy. Helsinki: Sanoma Pro.